બોર્ડની અદ્યતન પેપર-પૅટર્ન અનુસાર

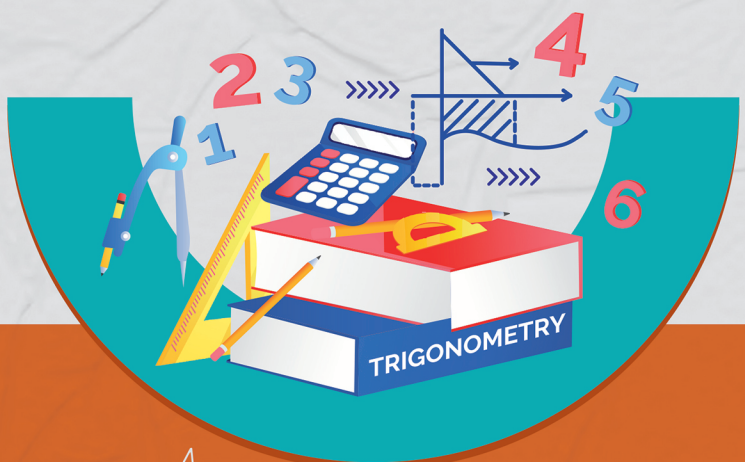
Based on the Vision of NEP 2020 AND NCF-SE 2023

# NAVNEET

# ગણિત

## ધોરણ 9

ક્ષમતા આધારિત પ્રશ્નો (CBQs)નો સઘન મહાવરો | કેસ સ્ટડી આધારિત પ્રશ્નોનો સમાવેશ | પાઠ્યપુસ્તકના સૉલ્યુશન સાથેની અધ્યયન-સામગ્રી




GET FREE SMART DigiBook Your Smart Book Platform + ANIMATED VIDEOS

NAVNEET®

# NAVNEET

# ગણિત

## ધોરણ 9

## NCERT EXEMPLARનું સોલ્યુશન

નવનીત એજ્યુકેશન લિમિટેડ

નવનીત હાઉસ

ગુરુકુળ રોડ, મેમનગર, અમદાવાદ–380 052.

ફોન : 6630 5000

**Visit us at :** www.navneet.com | **e-mail :** navneet.ahd@navneet.com

E2106

# 1 સંખ્યા પદ્ધતિ (NUMBER SYSTEMS)

## સ્વાધ્યાય 1.1

**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 21વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

**1.** દરેક સંમેય સંખ્યા ..... છે.

A. એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા  B. એ પૂર્ણાંક

C. એ વાસ્તવિક સંખ્યા  D. એ પૂર્ણ સંખ્યા

**જવાબ :** C. એ વાસ્તવિક સંખ્યા

**ઉકેલ :** $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપની સંખ્યા, જ્યાં $p$ અને $q$ પૂર્ણાંક તથા $q$ શૂન્યેતર હોય તેવી સંખ્યા સંમેય સંખ્યા છે. દા. ત., $\frac{1}{2}$. હવે $\frac{1}{2}$ એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા નથી, પૂર્ણાંક નથી તેમજ પૂર્ણ સંખ્યા નથી. આથી $\frac{1}{2}$ એ વાસ્તવિક સંખ્યા જ છે.

**2.** બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચે .....

A. કોઈ સંમેય સંખ્યા નથી.

B. માત્ર એક જ સંમેય સંખ્યા છે.

C. અનંત સંમેય સંખ્યાઓ છે.

D. માત્ર સંમેય સંખ્યાઓ છે અને અસંમેય સંખ્યાઓ નથી.

**જવાબ :** C. અનંત સંમેય સંખ્યાઓ છે.

**ઉકેલ :** બે સંમેય સંખ્યાઓ 1 અને 2 વચ્ચે 1.001, 1.002, 1.003 જેવી અસંખ્ય સંમેય સંખ્યાઓ છે તથા $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ જેવી અસંમેય સંખ્યાઓ પણ છે.

**3.** સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ સ્વરૂપ ..... હોઈ શકે નહિ.

A. સાન્ત

B. અનંત

C. અનંત પુનરાવર્તિત

D. અનંત અને અનાવૃત્ત

**જવાબ :** D. અનંત અને અનાવૃત્ત

**ઉકેલ :** $\frac{1}{4} = 0.25$ (સાન્ત) અને $\frac{1}{3} = 0.333\ldots$ (અનંત, અનંત પુનરાવર્તિત) સ્વરૂપ થાય, પરંતુ કોઈ પણ સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ સ્વરૂપ અનંત અને અનાવૃત્ત ન હોઈ શકે.

**4.** કોઈ પણ બે અસંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર ..... છે.

A. હંમેશાં અસંમેય સંખ્યા

B. હંમેશાં સંમેય સંખ્યા

C. હંમેશાં પૂર્ણાંક

D. કેટલીક વાર સંમેય, કેટલીક વાર અસંમેય સંખ્યા

**જવાબ :** D. કેટલીક વાર સંમેય, કેટલીક વાર અસંમેય સંખ્યા

**ઉકેલ :** $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ (સંમેય)

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ (અસંમેય)

આમ, કોઈ પણ બે અસંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કેટલીક વાર સંમેય, તો કેટલીક વાર અસંમેય સંખ્યા હોય છે.

**5.** $\sqrt{2}$ ની દશાંશ અભિવ્યક્તિ ..... છે.

A. સાન્ત દશાંશ  B. 1.41421

C. અનંત આવૃત્ત  D. અનંત અને અનાવૃત્ત

**જવાબ :** D. અનંત અને અનાવૃત્ત

**ઉકેલ :** કોઈ પણ અસંમેય સંખ્યાની દશાંશ અભિવ્યક્તિ અનંત અને અનાવૃત્ત હોય. $\sqrt{2}$ પણ અસંમેય સંખ્યા હોવાથી તેની દશાંશ અભિવ્યક્તિ અનંત અને અનાવૃત્ત હોય.

$\sqrt{2} = 1.414213562\ldots$

**6.** નીચેનામાંથી ..... સંખ્યા અસંમેય છે.

A. $\sqrt{\frac{4}{9}}$  B. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$  C. $\sqrt{7}$  D. $\sqrt{81}$

**જવાબ :** C. $\sqrt{7}$

**ઉકેલ :** A. $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ (સંમેય)

B. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$ (સંમેય)

C. $\sqrt{7}$ (અસંમેય)

D. $\sqrt{81} = 9$ (સંમેય)

**7.** નીચેનામાંથી ..... સંખ્યા અસંમેય છે.

A. 0.14

B. $0.14\overline{16}$

C. $0.\overline{1416}$

D. 0.4014001400014...

**જવાબ :** D. 0.4014001400014...

**ઉકેલ :** 0.14 સાન્ત દશાંશ છે. $0.14\overline{16}$ તથા $0.\overline{1416}$ અનંત આવૃત્ત દશાંશ છે, પરંતુ 0.4014001400014... અનંત અનાવૃત્ત દશાંશ છે અને તેથી અસંમેય સંખ્યા છે.

**8.** ..... એ $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ વચ્ચેની એક સંમેય સંખ્યા છે.

A. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}$ C. 1.5 D. 1.8

**જવાબ :** C. 1.5

**ઉકેલ :** $\sqrt{2} = 1.4142$ (આશરે) અને $\sqrt{3} = 1.7321$ (આશરે) A. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ તથા B. $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}$ અસંમેય સંખ્યાઓ છે. $1.8 > 1.7321$ અને $1.4142 < 1.5 < 1.7321$.

**9.** $1.999...$નું $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં મૂલ્ય ..... છે. અહીં, $p$ અને $q$ પૂર્ણાંક છે અને $q \neq 0$ છે.

A. $\frac{19}{10}$ B. $\frac{1999}{1000}$ C. 2 D. $\frac{1}{9}$

**જવાબ :** C. 2

**ઉકેલ :** ધારો કે, $x = 1.999...$

$\therefore x = 1.\overline{9}$

$\therefore 10x = 19.\overline{9}$

$\therefore 10x - x = 19.\overline{9} - 1.\overline{9}$

$\therefore 9x = 18$

$\therefore x = \frac{18}{9}$

$\therefore x = \frac{2}{1}$ $(p = 2,\ q = 1)$

$\therefore x = 2$

**10.** $2\sqrt{3} + \sqrt{3} =$ .....

A. $2\sqrt{6}$ B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{6}$

**જવાબ :** C. $3\sqrt{3}$

**ઉકેલ :** $2\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$= \sqrt{3}(2 + 1)$

$= \sqrt{3}(3)$

$= 3\sqrt{3}$

**11.** $\sqrt{10} \times \sqrt{15} =$ .....

A. $6\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{6}$ C. $\sqrt{25}$ D. $10\sqrt{5}$

**જવાબ :** B. $5\sqrt{6}$

**ઉકેલ :** $\sqrt{10} \times \sqrt{15}$

$= \sqrt{10 \times 15}$

$= \sqrt{150}$

$= \sqrt{25 \times 6}$

$= \sqrt{25} \times \sqrt{6}$

$= 5\sqrt{6}$

**12.** $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$ના છેદનું સંમેયીકરણ કરતાં મળતી સંખ્યા ..... છે.

A. $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{7}+2}{5}$ D. $\frac{\sqrt{7}+2}{45}$

**જવાબ :** A. $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$

**ઉકેલ :** $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$

$= \frac{1}{\sqrt{7}-2} \times \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2}$

$= \frac{\sqrt{7}+2}{(\sqrt{7})^2-(2)^2}$

$= \frac{\sqrt{7}+2}{7-4}$

$= \frac{\sqrt{7}+2}{3}$

**13.** $\frac{1}{\sqrt{9}-\sqrt{8}} =$ .....

A. $\frac{1}{2}(3 - 2\sqrt{2})$ B. $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$

C. $3 - 2\sqrt{2}$ D. $3 + 2\sqrt{2}$

**જવાબ :** D. $3 + 2\sqrt{2}$

**ઉકેલ :** $\frac{1}{\sqrt{9}-\sqrt{8}}$

$= \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$

$= \frac{3+2\sqrt{2}}{(3)^2-(2\sqrt{2})^2}$

$= \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}$

$= \frac{3+2\sqrt{2}}{1} = 3 + 2\sqrt{2}$

**14.** $\frac{7}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$ના છેદનું સંમેયીકરણ કર્યા પછી, છેદ ..... મળે.

A. 13 B. 19 C. 5 D. 35

**જવાબ :** B. 19

**ઉકેલ :** $\frac{7}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$

$= \frac{7}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}} \times \frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$

$= \frac{7(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{(3\sqrt{3})^2-(2\sqrt{2})^2}$

$= \frac{7(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{27-8}$

$= \frac{7(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{19}$

$\therefore$ છેદ $= 19$

**15.** $\frac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}} =$ .....

A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. 8

---

**નોંધ :** જે પ્રશ્નનંબરમાં કે પ્રશ્ન આગળ સ્ક્રીન ( ) મૂકવામાં આવેલ છે, તે વિદ્યાર્થીઓની વિવિધ ક્ષમતા ચકાસણી કરે તેવા (CBQ – Competency Based Questions) પ્રશ્નો છે.

જવાબ : B. 2

ઉકેલ : $\frac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}$

$= \frac{\sqrt{16\times2}+\sqrt{16\times3}}{\sqrt{4\times2}+\sqrt{4\times3}}$

$= \frac{4\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$

$= \frac{4(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$

$= \frac{4}{2}$

$= 2$

**16.** જો $\sqrt{2} = 1.4142$ હોય, તો $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$ = ..... .

A. 2.4142 B. 5.8282 C. 0.4142 D. 0.1718

જવાબ : C. 0.4142

ઉકેલ : $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$

$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\times\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}}$

$= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2})^2-(1)^2}}$

$= \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1}}$

$= \sqrt{2}-1$

$= 1.4142-1 = 0.4142$

**17.** $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^2}}$ = .....

A. $2^{-\frac{1}{6}}$ B. $2^{-6}$ C. $2^{\frac{1}{6}}$ D. $2^6$

જવાબ : C. $2^{\frac{1}{6}}$

ઉકેલ : $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^2}}$

$= \left(\sqrt[3]{2^2}\right)^{\frac{1}{4}}$

$= \left((2^2)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}$

$= 2^{2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}}$

$= 2^{\frac{1}{6}}$

**18.** $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[12]{32}$ = .....

A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt[12]{2}$ D. $\sqrt[12]{32}$

જવાબ : B. 2

ઉકેલ : $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[12]{32}$

$= 2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 32^{\frac{1}{12}}$

$= 2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot (2^5)^{\frac{1}{12}}$

$= 2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{5}{12}}$

$= 2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{12}}$

$= 2^{\frac{4+3+5}{12}}$

$= 2^{\frac{12}{12}}$

$= 2^1$

$= 2$

**19.** $\sqrt[4]{(81)^{-2}}$ = .....

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 9 D. $\frac{1}{81}$

જવાબ : A. $\frac{1}{9}$

ઉકેલ : $\sqrt[4]{(81)^{-2}}$

$= \left((81)^{-2}\right)^{\frac{1}{4}}$

$= \left((9^2)^{-2}\right)^{\frac{1}{4}}$

$= 9^{2\times(-2)\times\frac{1}{4}}$

$= 9^{-1}$

$= \frac{1}{9}$

**20.** $(256)^{0.16}\times(256)^{0.09}$ = .....

A. 4 B. 16 C. 64 D. 256.25

જવાબ : A. 4

ઉકેલ : $(256)^{0.16}\times(256)^{0.09}$

$= (256)^{0.16+0.09}$

$= (256)^{0.25}$

$= (2^8)^{\frac{1}{4}}$

$= 2^{8\times\frac{1}{4}}$

$= 2^2$

$= 4$

**21.** $x$ = .....

A. $x^{\frac{12}{7}}-x^{\frac{5}{7}}$ B. $\sqrt[12]{(x^4)^{\frac{1}{3}}}$

C. $\left(\sqrt{x^3}\right)^{\frac{2}{3}}$ D. $x^{\frac{12}{7}}\times x^{\frac{7}{12}}$

જવાબ : C. $\left(\sqrt{x^3}\right)^{\frac{2}{3}}$

ઉકેલ : A. $x^{\frac{12}{7}} - x^{\frac{5}{7}} \neq x$

B. $\sqrt[12]{(x^4)^{\frac{1}{3}}} = \left(x^{4\times\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{1}{9}} \neq x$

C. $\left(\sqrt{x^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\left(x^3\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = x^{3\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}} = x^1 = x$

D. $x^{\frac{12}{7}} \times x^{\frac{7}{12}} = x^{\frac{12}{7}+\frac{7}{12}} = x^{\frac{144+49}{84}} = x^{\frac{193}{84}} \neq x$

## સ્વાધ્યાય 1.2

**1. ધારો કે, સંખ્યાઓ $x$ અને $y$ અનુક્રમે સંમેય અને અસંમેય છે. $x+y$ અસંમેય સંખ્યા હોય તે જરૂરી છે? તમારા જવાબને અનુરૂપ ઉદાહરણ આપો.**

**હા,** જો $x$ સંમેય સંખ્યા અને $y$ અસંમેય સંખ્યા હોય, તો $x+y$ અસંમેય સંખ્યા જ હોય. ધારો કે, $x = 5$ સંમેય સંખ્યા છે અને $y = \sqrt{3}$ અસંમેય સંખ્યા છે, તો $x + y = 5 + \sqrt{3}$ $= 5 + 1.732050808 \ldots = 6.732050808 \ldots$ અસંમેય સંખ્યા છે.

**2. ધારો કે $x$ સંમેય અને $y$ અસંમેય છે. $xy$ અસંમેય સંખ્યા હોય તે આવશ્યક છે? તમારા જવાબને ઉદાહરણ આપી પ્રમાણિત કરો.**

**ના,** જો $x$ સંમેય સંખ્યા અને $y$ અસંમેય સંખ્યા હોય, તો $xy$ અસંમેય સંખ્યા જ હોય તે આવશ્યક નથી. $xy$ સંમેય સંખ્યા પણ હોઈ શકે. ધારો કે, $x = 0$ સંમેય સંખ્યા છે અને $y = \sqrt{5}$ અસંમેય સંખ્યા છે, પરંતુ $xy = 0 \times \sqrt{5} = 0$ સંમેય સંખ્યા છે.

**3. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો :**

( 1 ) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ સંમેય સંખ્યા છે.

જવાબ : **ખોટું,** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ એ $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં છે, પરંતુ અંશ $p = \sqrt{2}$ પૂર્ણાંક નથી, પરંતુ અસંમેય સંખ્યા છે.

( 2 ) કોઈ પણ બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ વચ્ચે અનંત પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ આવેલી છે.

જવાબ : **ખોટું,** બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ 4 અને 7 વચ્ચે ફક્ત બે જ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ 5 અને 6 આવેલ છે. વળી બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ 2 અને 3 વચ્ચે એક પણ પૂર્ણાંક સંખ્યા આવેલ નથી.

( 3 ) 15 અને 18 વચ્ચે સાન્ત સંખ્યામાં સંમેય સંખ્યાઓ આવેલી છે.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે કોઈ પણ બે સંખ્યાઓ વચ્ચે આપણે અનંત સંમેય સંખ્યાઓ શોધી શકીએ છીએ.

( 4 ) પૂર્ણાંક $p$ અને શૂન્યેતર પૂર્ણાંક $q$ માટે $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં ન હોય તેવી સંખ્યાઓનું અસ્તિત્વ છે.

જવાબ : **ખરું,** કારણ કે $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ જેવી સંખ્યાઓનું અસ્તિત્વ છે, પરંતુ $\sqrt{3}$ અને $\sqrt{5}$ પૂર્ણાંક નથી.

( 5 ) અસંમેય સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશાં સંમેય સંખ્યા છે.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે $\sqrt[3]{5}$ અસંમેય સંખ્યા છે, પરંતુ તેનો વર્ગ $(\sqrt[3]{5})^2 = 5^{\frac{2}{3}}$ પણ અસંમેય સંખ્યા છે.

( 6 ) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ સંમેય સંખ્યા નથી, કારણ કે $\sqrt{12}$ અને $\sqrt{3}$ પૂર્ણાંકો નથી.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે $\sqrt{12}$ અને $\sqrt{3}$ અસંમેય સંખ્યાઓ છે, પરંતુ $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$ એ સંમેય સંખ્યા છે.

( 7 ) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ ને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં લખતાં, $q \neq 0$ અને તેથી તે સંમેય સંખ્યા છે.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$ થાય, જે અસંમેય સંખ્યા છે.

**4. નીચેની સંખ્યાઓનું સંમેય અથવા અસંમેય સંખ્યાઓમાં વર્ગીકરણ કરો અને સત્યાર્થતા ચકાસો :**

( 1 ) $\sqrt{196}$ : **સંમેય,** કારણ કે $\sqrt{196} = 14$ એ પૂર્ણાંક સંખ્યા છે.

( 2 ) $3\sqrt{18}$ : **અસંમેય,** કારણ કે $3\sqrt{18} = 3\sqrt{9\times2}$ $= 9\sqrt{2}$ એ સંમેય સંખ્યા અને અસંમેય સંખ્યાનો ગુણાકાર છે.

( 3 ) $\sqrt{\frac{9}{27}}$ : **અસંમેય,** કારણ કે $\sqrt{\frac{9}{27}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ એ સંમેય સંખ્યા અને અસંમેય સંખ્યાનો ભાગાકાર છે.

( 4 ) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{343}}$ : **સંમેય,** કારણ કે $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{343}} = \frac{\sqrt{4\times7}}{\sqrt{49\times7}}$ $= \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{7}}{\sqrt{49}\times\sqrt{7}} = \frac{2}{7}$ એ સંમેય સંખ્યા છે.

( 5 ) $-\sqrt{0.4}$ : **અસંમેય,** કારણ કે $-\sqrt{0.4} = -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{10}}$ $= -\frac{2}{\sqrt{10}}$ એ સંમેય સંખ્યા અને અસંમેય સંખ્યાનો ભાગાકાર છે.

(6) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}}$ : **સંમેય**, કારણ કે $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}} = \frac{\sqrt{4\times3}}{\sqrt{25\times3}} = \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{3}}{\sqrt{25}\times\sqrt{3}}$
$= \frac{2}{5}$ એ સંમેય સંખ્યા છે.

(7) 0.5918 : **સંમેય**, કારણ કે દશાંશ વિસ્તરણ સાન્ત છે.

(8) $(1+\sqrt{5})-(4+\sqrt{5})$ : **સંમેય**, કારણ કે
$(1+\sqrt{5})-(4+\sqrt{5})$
$= -3$ થાય જે સંમેય
સંખ્યા છે.

(9) 10.124124 ... : **સંમેય**, કારણ કે
$10.124124\ldots = 10.\overline{124}$ એ
અનંત આવૃત્ત દશાંશ અભિવ્યક્તિ છે.

(10) 1.010010001 ... : **અસંમેય**, કારણ કે દશાંશ
અભિવ્યક્તિ અનંત અનાવૃત્ત છે.

## સ્વાધ્યાય 1.3

**1. $x$, $y$, $z$ અને $u$માંથી કયા સંકેત સંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે છે અને કયા અસંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે છે, તે શોધો :**
**(1) $x^2 = 5$ (2) $y^2 = 9$ (3) $z^2 = 0.04$**
**(4) $u^2 = \frac{17}{4}$**

(1) $x^2 = 5$ હોવાથી $x = \sqrt{5}$
આથી $x$ **અસંમેય** સંખ્યા દર્શાવે છે.

(2) $y^2 = 9$ હોવાથી $y = 3$ અથવા $y = -3$
આથી $y$ **સંમેય** સંખ્યા દર્શાવે છે.

(3) $z^2 = 0.04$ હોવાથી $z = 0.2$ અથવા $z = -0.2$
આથી $z$ **સંમેય** સંખ્યા દર્શાવે છે.

(4) $u^2 = \frac{17}{4}$ હોવાથી $u = \frac{\sqrt{17}}{2}$
આથી $u$ **અસંમેય** સંખ્યા દર્શાવે છે.
(અસંમેય સંખ્યા અને સંમેય સંખ્યાનો ભાગાકાર)

**2. આપેલ બે સંખ્યાઓ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યા શોધો :**
**(1) $-1$ અને $-2$ (2) 0.1 અને 0.11**
**(3) $\frac{5}{7}$ અને $\frac{6}{7}$ (4) $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{5}$**

(1) $-1 = -1\times\frac{4}{4} = \frac{-4}{4}$ અને
$-2 = -2\times\frac{4}{4} = \frac{-8}{4}$
આથી $-1$ અને $-2$ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{-5}{4}$, $\frac{-6}{4}$ અને $\frac{-7}{4}$ લઈ શકાય.
દશાંશ સ્વરૂપમાં $-1 = -1.0$ અને $-2 = -2.0$ લેતાં તેઓની વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ તરીકે **$-1.1$**, **$-1.2$**, **$-1.3$** લઈ શકાય.

(2) 0.1 = 0.100 અને 0.11 = 0.110 વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ **0.101**, **0.102**, **0.103** લઈ શકાય.

(3) $\frac{5}{7} = \frac{5}{7}\times\frac{4}{4} = \frac{20}{28}$ અને $\frac{6}{7} = \frac{6}{7}\times\frac{4}{4} = \frac{24}{28}$
લેતાં તેઓની વચ્ચેની ત્રણ અસંમેય સંખ્યાઓ $\frac{21}{28}$, $\frac{22}{28}$, $\frac{23}{28}$ લઈ શકાય.

(4) $\frac{1}{4} = 0.25$ અને $\frac{1}{5} = 0.20$ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ **0.21**, **0.22**, **0.23** લઈ શકાય.

**3. આપેલ બે સંખ્યાની વચ્ચે એક સંમેય સંખ્યા અને એક અસંમેય સંખ્યા લખો :**
**(1) 2 અને 3 (2) 0 અને 0.1 (3) $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{2}$**
**(4) $-\frac{2}{5}$ અને $\frac{1}{2}$ (5) 0.15 અને 0.16 (6) $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ (7) 2.357 અને 3.121 (8) 0.0001 અને 0.01**
**(9) 3.623623 અને 0.484848 (10) 6.375289 અને 6.375738**

(1) 2 અને 3 વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા $= \frac{2+3}{2} =$ **2.5**
2 અને 3 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા = **2.010010001 ...**

(2) 0 અને 0.1 વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા $= \frac{0+0.1}{2} =$ **0.05**
0 અને 0.1 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **0.030030003 ...**

(3) $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{2}$ વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા
$= \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{2+3}{6}}{2} = \frac{\frac{5}{6}}{2} =$ **$\frac{5}{12}$**
$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ અને $\frac{1}{2} = 0.5$ વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **0.404004000 ...**

(4) $-\frac{2}{5}$ અને $\frac{1}{2}$ વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા
$= \frac{-\frac{2}{5}+\frac{1}{2}}{2} = \frac{-0.4+0.5}{2} = \frac{0.1}{2} =$ **0.05**

અથવા $-\frac{2}{5}$ અને $\frac{1}{2}$ વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા = **0**

$-\frac{2}{5} = -0.4$ અને $\frac{1}{2} = 0.5$ વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **0.313113111 ...**

(5) 0.15 અને 0.16 વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા

$= \frac{0.15+0.16}{2} =$ **0.155**

0.15 અને 0.16 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **0.151551555 ...**

(6) $\sqrt{2} = 1.41$ અને $\sqrt{3} = 1.73$ વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા
**= 1.5**

$\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **1.505005000 ...**

(7) 2.357 અને 3.121 વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા = **3**

2.357 અને 3.121 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **3.050050005 ...**

(8) 0.0001 અને 0.01 = 0.0100 વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા
**= 0.005**

0.0001 અને 0.01 = 0.0100 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **0.005000500005 ...**

(9) 3.623623 અને 0.484848 વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા = **1**

3.623623 અને 0.484848 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **2.050050005 ...**

(10) 6.375289 અને 6.375738 વચ્ચેની સંમેય સંખ્યા
= **6.3754**

6.375289 અને 6.375738 વચ્ચેની અસંમેય સંખ્યા
= **6.375404004000 ...**

**4.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**5. $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ અને $\sqrt{17}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.**

ઉપરોક્ત પ્રશ્નોના ઉકેલ માટે પાઠ્યપુસ્તકના સ્વાધ્યાય **1.2**ના પ્રશ્ન **3**ના ઉકેલની ટૂંકી રીતને અનુસરો.

$5 = 2^2 + 1^2$, $10 = 3^2 + 1^2$, $17 = 4^2 + 1^2$નો ઉપયોગ કરો.

**6. નીચેની સંખ્યાઓનું સંખ્યારેખા પર ભૌમિતિક નિરૂપણ કરો :**

**(1) $\sqrt{4.5}$ (2) $\sqrt{5.6}$ (3) $\sqrt{8.1}$ (4) $\sqrt{2.3}$**

ઉપરોક્ત પ્રશ્નોના ઉકેલ માટે પાઠ્યપુસ્તકના સ્વાધ્યાય **1.4**ના પ્રશ્ન **4**ના ઉકેલને અનુસરો.

**7. $p$ પૂર્ણાંક હોય, $q$ શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં નીચેની સંખ્યાને દર્શાવો :**

**(1) 0.2 (2) 0.888 ... (3) $5.\overline{2}$ (4) $0.\overline{001}$**
**(5) 0.2555 ... (6) $0.1\overline{34}$ (7) 0.00323232 ...**
**(8) 0.404040 ...**

(1) $0.2 = \frac{2}{10} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$

(2) ધારો કે, $x = 0.888 ...$

$\therefore 10x = 8.888 ...$

$\therefore 10x = 8 + 0.888 ...$

$\therefore 10x = 8 + x$

$\therefore 9x = 8$

$\therefore x = \frac{8}{9}$

આમ, $0.888 ... = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{9}}$

(3) ધારો કે, $x = 5.\overline{2}$

$\therefore x = 5.222 ...$

$\therefore 10x = 52.222$

$\therefore 10x = 47 + 5.222 ...$

$\therefore 10x = 47 + x$

$\therefore 9x = 47$

$\therefore x = \frac{47}{9}$

આમ, $5.\overline{2} = \frac{\mathbf{47}}{\mathbf{9}}$

(4) ધારો કે, $x = 0.\overline{001}$

$\therefore x = 0.001001 ...$

$\therefore 1000x = 1.001001 ...$

$\therefore 1000x = 1 + 0.001001 ...$

$\therefore 1000x = 1 + x$

$\therefore 999x = 1$

$\therefore x = \frac{1}{999}$

આમ, $0.\overline{001} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{999}}$

(5) ધારો કે, $x = 0.2555 ... = 0.2\overline{5}$

$\therefore 10x = 2.555 ...$

$\therefore 10x = 2.3 + 0.2555 ...$

$\therefore 10x = 2.3 + x$

$\therefore 9x = 2.3$

$\therefore 9x = \frac{23}{10}$

$\therefore x = \frac{23}{90}$

આમ, $0.2555 \ldots = \mathbf{\frac{23}{90}}$

(6) ધારો કે, $x = 0.1\overline{34} = 0.13434 \ldots$

$\therefore 100x = 13.43434 \ldots$

$\therefore 100x = 13.3 + 0.13434 \ldots$

$\therefore 100x = 13.3 + x$

$\therefore 99x = 13.3$

$\therefore 99x = \frac{133}{10}$

$\therefore x = \frac{133}{990}$

આમ, $0.1\overline{34} = \mathbf{\frac{133}{990}}$

(7) ધારો કે, $x = 0.00323232 \ldots = 0.00\overline{32}$

$\therefore 100x = 0.323232 \ldots$

$\therefore 100x = 0.32 + 0.003232 \ldots$

$\therefore 100x = 0.32 + x$

$\therefore 99x = 0.32$

$\therefore 99x = \frac{32}{100}$

$\therefore x = \frac{32}{9900}$

$\therefore x = \frac{8}{2475}$

આમ, $0.00323232 \ldots = \mathbf{\frac{8}{2475}}$

(8) ધારો કે, $x = 0.404040 \ldots = 0.\overline{40}$

$\therefore 100x = 40.404040 \ldots$

$\therefore 100x = 40 + 0.404040 \ldots$

$\therefore 100x = 40 + x$

$\therefore 99x = 40$

$\therefore x = \frac{40}{99}$

આમ, $0.404040 \ldots = \mathbf{\frac{40}{99}}$

**8. દર્શાવો : $0.142857142857 \ldots = \frac{1}{7}$**

ધારો કે, $x = 0.142857142857 \ldots = 0.\overline{142857}$

$\therefore 1000000x = 142857.142857142857 \ldots$

$\therefore 1000000x = 142857 + 0.142857142857 \ldots$

$\therefore 1000000x = 142857 + x$

$\therefore 999999x = 142857$

$\therefore x = \frac{142857}{999999}$

$\therefore x = \frac{1}{7}$

આમ, $0.142857142857 \ldots = \mathbf{\frac{1}{7}}$

**9. નીચેનાનું સાદું રૂપ આપો :**

**(1) $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 4\sqrt{5}$**

**(2) $\frac{\sqrt{24}}{8} + \frac{\sqrt{54}}{9}$**

*** (3) $4\sqrt{12} \times 7\sqrt{6}$**

*** (4) $4\sqrt{28} \div 3\sqrt{7}$**

**(5) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{27} + \frac{7}{\sqrt{3}}$**

**(6) $\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2$**

**(7) $\sqrt[4]{81} - 8\sqrt[3]{216} + 15\sqrt[5]{32} + \sqrt{225}$**

**(8) $\frac{3}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$**

**(9) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$**

(1) $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 4\sqrt{5}$

$= \sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{4 \times 5} + 4\sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

$= \mathbf{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{\sqrt{24}}{8} + \frac{\sqrt{54}}{9}$

$= \frac{\sqrt{4 \times 6}}{8} + \frac{\sqrt{9 \times 6}}{9}$

$= \frac{2\sqrt{6}}{8} + \frac{3\sqrt{6}}{9}$

$= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{3}$

$= \sqrt{6}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)$

$= \sqrt{6}\left(\frac{3+4}{12}\right) = \mathbf{\frac{7\sqrt{6}}{12}}$

* (3) $4\sqrt{12} \times 7\sqrt{6}$

$= 4\sqrt{6 \times 2} \times 7\sqrt{6}$

$= 4 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} \times 7 \times \sqrt{6}$

$= 4 \times 6 \times 7 \times \sqrt{2} = \mathbf{168\sqrt{2}}$

* (4) $4\sqrt{28} \div 3\sqrt{7}$

$= \frac{4\sqrt{4 \times 7}}{3\sqrt{7}}$

$= \frac{8\sqrt{7}}{3\sqrt{7}} = \mathbf{\frac{8}{3}}$

* **નોંધ :** દાખલાની રકમ બદલીને ઉકેલ આપેલ છે.

(5) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{27} + \frac{7}{\sqrt{3}}$

$= 3\sqrt{3} + 2 \times 3\sqrt{3} + \frac{7\sqrt{3}}{3}$

$= 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + \frac{7\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{9\sqrt{3}+18\sqrt{3}+7\sqrt{3}}{3}$

$= \mathbf{\frac{34\sqrt{3}}{3}}$

(6) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

$= (\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2$

$= 3 - 2\sqrt{6} + 2$

$= \mathbf{5 - 2\sqrt{6}}$

(7) $\sqrt[4]{81} - 8\sqrt[3]{216} + 15\sqrt[5]{32} + \sqrt{225}$

$= \sqrt[4]{3^4} - 8\sqrt[3]{6^3} + 15\sqrt[5]{2^5} + \sqrt{15^2}$

$= 3 - 8 \times 6 + 15 \times 2 + 15$

$= 3 - 48 + 30 + 15$

$= \mathbf{0}$

(8) $\frac{3}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{3}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{3+2}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{5}{2\sqrt{2}} = \mathbf{\frac{5\sqrt{2}}{4}}$

(9) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$

$= \frac{4\sqrt{3}-\sqrt{3}}{6}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{6} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

**10. નીચેની સંખ્યાઓના છેદનું સંમેયીકરણ કરી સાદું રૂપ આપો :**

**(1)** $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ **(2)** $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{3}}$ **(3)** $\frac{3+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$

**(4)** $\frac{16}{\sqrt{41}-5}$ **(5)** $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ **(6)** $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

**(7)** $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ **(8)** $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ **(9)** $\frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}}$

(1) $\frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \mathbf{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$

(2) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \mathbf{\frac{2\sqrt{30}}{3}}$

(3) $\frac{3+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \mathbf{\frac{3\sqrt{2}+2}{8}}$

(4) $\frac{16}{\sqrt{41}-5} = \frac{16}{\sqrt{41}-5} \times \frac{\sqrt{41}+5}{\sqrt{41}+5}$

$= \frac{16(\sqrt{41}+5)}{(\sqrt{41})^2-(5)^2} = \frac{16(\sqrt{41}+5)}{41-25}$

$= \frac{16(\sqrt{41}+5)}{16} = \mathbf{\sqrt{41}+5}$

(5) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

$= \frac{(2+\sqrt{3})^2}{(2)^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{4+3+4\sqrt{3}}{4-3} = \mathbf{7+4\sqrt{3}}$

(6) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{18}-\sqrt{12}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3-2}$

$= \mathbf{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

(7) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3+2+2\sqrt{6}}{3-2}$

$= \mathbf{5+2\sqrt{6}}$

(8) $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$= \frac{(3\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{15+3\sqrt{15}+\sqrt{15}+3}{5-3}$

$= \frac{18+4\sqrt{15}}{2}$

$= \mathbf{9+2\sqrt{15}}$

(9) $\frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}} = \frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}} \times \frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$

$= \frac{(4\sqrt{3}+5\sqrt{2})(4\sqrt{3}-3\sqrt{2})}{(4\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2}$

$= \frac{48-12\sqrt{6}+20\sqrt{6}-30}{48-18}$

$= \frac{18+8\sqrt{6}}{30}$

$= \mathbf{\frac{9+4\sqrt{6}}{15}}$

**11. નીચેનામાં $a$ અને $b$ની કિંમતો શોધો :**

**(1)** $\frac{5+2\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} = a-6\sqrt{3}$

**(2)** $\frac{3-\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}} = a\sqrt{5}-\frac{19}{11}$

**(3)** $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = 2-b\sqrt{6}$

**(4)** $\frac{7+\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}}-\frac{7-\sqrt{5}}{7+\sqrt{5}} = a+\frac{7}{11}\sqrt{5}\,b$

(1) $\frac{5+2\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} = \frac{5+2\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} \times \frac{7-4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}$

$= \frac{(5+2\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}{(7)^2-(4\sqrt{3})^2}$

$= \frac{35-20\sqrt{3}+14\sqrt{3}-24}{49-48}$

$= 11-6\sqrt{3}$

માટે, $11-6\sqrt{3} = a-6\sqrt{3}$

$\therefore a = 11$

(2) $\frac{3-\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}} = \frac{3-\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}} \times \frac{3-2\sqrt{5}}{3-2\sqrt{5}}$

$= \frac{(3-\sqrt{5})(3-2\sqrt{5})}{(3)^2-(2\sqrt{5})^2}$

$= \frac{9-6\sqrt{5}-3\sqrt{5}+10}{9-20}$

$= \frac{19-9\sqrt{5}}{-11}$

$= \frac{9}{11}\sqrt{5}-\frac{19}{11}$

માટે, $\frac{9}{11}\sqrt{5}-\frac{19}{11} = a\sqrt{5}-\frac{19}{11}$

$\therefore a = \frac{9}{11}$

(3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$

$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}$

$= \frac{6+2\sqrt{6}+3\sqrt{6}+6}{18-12}$

$= \frac{12+5\sqrt{6}}{6}$

$= 2+\frac{5}{6}\sqrt{6}$

માટે, $2+\frac{5}{6}\sqrt{6} = 2-b\sqrt{6}$

$\therefore b = -\frac{5}{6}$

(4) $\frac{7+\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}}-\frac{7-\sqrt{5}}{7+\sqrt{5}} = \frac{(7+\sqrt{5})^2-(7-\sqrt{5})^2}{(7-\sqrt{5})(7+\sqrt{5})}$

$= \frac{(49+5+14\sqrt{5})-(49+5-14\sqrt{5})}{(7)^2-(\sqrt{5})^2}$

$= \frac{28\sqrt{5}}{49-5}$

$= \frac{28\sqrt{5}}{44}$

$= \frac{7}{11}\sqrt{5}$

માટે, $\frac{7}{11}\sqrt{5} = a+\frac{7}{11}\sqrt{5}\,b$

$\therefore a = 0$ અને $b = 1$

**12. જો $a = 2+\sqrt{3}$ હોય, તો $a-\frac{1}{a}$ની કિંમત શોધો.**

$a = 2+\sqrt{3}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

$= \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3}$

હવે, $a-\frac{1}{a} = (2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})$

$= 2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}$

$= \mathbf{2\sqrt{3}}$

**13. નીચેની દરેક સંખ્યાઓના છેદનું સંમેયીકરણ કરો અને $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ અને $\sqrt{5} = 2.236$ લઈ ત્રણ દશાંશસ્થળ સુધી મૂલ્ય મેળવો :**

**(1)** $\frac{4}{\sqrt{3}}$ **(2)** $\frac{6}{\sqrt{6}}$ **(3)** $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}$

**(4)** $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ **(5)** $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

(1) $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{4\times 1.732}{3} = \mathbf{2.309}$

(2) $\frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} = \sqrt{2}\times\sqrt{3}$

$= 1.414 \times 1.732 = \mathbf{2.449}$

(3) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{2}$

$= \frac{2.236(1.414-1)}{2}$

$= 1.118 \times 0.414$

$= \mathbf{0.463}$

(4) $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

$= \frac{2\sqrt{2}-2}{4-2}$

$= \frac{2\sqrt{2}-2}{2}$

$= \sqrt{2}-1$

$= 1.414 - 1$

$= \mathbf{0.414}$

(5) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$

$= 1.732 - 1.414 = \mathbf{0.318}$

**14. સાદું રૂપ આપો :**

**(1)** $(1^3 + 2^3 + 3^3)^{\frac{1}{2}}$ **(2)** $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{-12} \cdot \left(\frac{32}{5}\right)^6$

**(3)** $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ **(4)** $\left[\left((625)^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{4}}\right]^2$

**(5)** $\frac{9^{\frac{1}{3}} \times 27^{-\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}} \times 3^{-\frac{2}{3}}}$ **(6)** $64^{-\frac{1}{3}}\left[64^{\frac{1}{3}} - 64^{\frac{2}{3}}\right]$

**(7)** $\frac{8^{\frac{1}{3}} \times 16^{\frac{1}{3}}}{32^{-\frac{1}{3}}}$

(1) $(1^3 + 2^3 + 3^3)^{\frac{1}{2}} = (1 + 8 + 27)^{\frac{1}{2}}$

$= (36)^{\frac{1}{2}} = (6^2)^{\frac{1}{2}} = \mathbf{6}$

(2) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{-12} \cdot \left(\frac{32}{5}\right)^6$

$= \frac{3^4}{5^4} \times \left(\frac{5}{2^3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{2^5}{5}\right)^6$

$= \frac{3^4}{5^4} \times \frac{5^{12}}{2^{36}} \times \frac{2^{30}}{5^6}$

$= \frac{3^4 \times 5^{12-4-6}}{2^{36-30}}$

$= \frac{81 \times 5^2}{2^6}$

$= \frac{81 \times 25}{64} = \mathbf{\frac{2025}{64}}$

(3) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = \mathbf{9}$

(4) $\left[\left((625)^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{4}}\right]^2 = (625)^{-\frac{1}{2} \times -\frac{1}{4} \times 2}$

$= (5^4)^{\frac{1}{4}} = 5^1 = \mathbf{5}$

(5) $\frac{9^{\frac{1}{3}} \times 27^{-\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}} \times 3^{-\frac{2}{3}}} = \frac{(3^2)^{\frac{1}{3}} \times (3^3)^{-\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6} - \frac{2}{3}}}$

$= \frac{3^{\frac{2}{3}} \times 3^{-\frac{3}{2}}}{3^{-\frac{3}{6}}}$

$= 3^{\frac{2}{3} - \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{6}\right)}$

$= 3^{\frac{4-9+3}{6}}$

$= 3^{-\frac{2}{6}}$

$= \mathbf{3^{-\frac{1}{3}}}$

(6) $64^{-\frac{1}{3}}\left[64^{\frac{1}{3}} - 64^{\frac{2}{3}}\right]$

$= (4^3)^{-\frac{1}{3}}\left[(4^3)^{\frac{1}{3}} - (4^3)^{\frac{2}{3}}\right]$

$= (4)^{-1}\left[(4)^1 - (4)^2\right]$

$= \frac{1}{4}(4 - 16) = \frac{1}{4}(-12) = \mathbf{-3}$

(7) $\frac{8^{\frac{1}{3}} \times 16^{\frac{1}{3}}}{32^{-\frac{1}{3}}} = 8^{\frac{1}{3}} \times 16^{\frac{1}{3}} \times 32^{\frac{1}{3}}$

$= (2^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^4)^{\frac{1}{3}} \times (2^5)^{\frac{1}{3}}$

$= 2^1 \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{5}{3}}$

$= 2^{1 + \frac{4}{3} + \frac{5}{3}}$

$= 2^{\frac{3+4+5}{3}}$

$= 2^4$

$= \mathbf{16}$

## સ્વાધ્યાય 1.4

**1.** $p$ પૂર્ણાંક હોય અને $q$ શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં $0.6 + 0.\overline{7} + 0.4\overline{7}$ ને દર્શાવો.

ધારો કે, $x = 0.\overline{7} = 0.777...$

$\therefore 10x = 7.777...$

$= 7 + 0.777...$

$= 7 + x$

$\therefore 9x = 7$

$\therefore x = \frac{7}{9}$ આથી $0.\overline{7} = \frac{7}{9}$

ધારો કે, $x = 0.4\overline{7} = 0.4777...$

$\therefore 10x = 4.777...$

$= 4.3 + 0.4777...$

$= 4.3 + x$

$\therefore 9x = 4.3$

$\therefore x = \frac{43}{90}$ આથી $0.4\overline{7} = \frac{43}{90}$

હવે, $0.6 + 0.\overline{7} + 0.4\overline{7} = \frac{6}{10} + \frac{7}{9} + \frac{43}{90}$

$= \frac{54+70+43}{90}$

$= \mathbf{\frac{167}{90}}$

**2.** સાદું રૂપ આપો : $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{10}+\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{15}+3\sqrt{2}}$

$\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{10}+\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{15}+3\sqrt{2}}$

$= \frac{7\sqrt{3}(\sqrt{10}-\sqrt{3})}{(\sqrt{10}+\sqrt{3})(\sqrt{10}-\sqrt{3})} - \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{6}-\sqrt{5})}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$

$- \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{15}-3\sqrt{2})}{(\sqrt{15}+3\sqrt{2})(\sqrt{15}-3\sqrt{2})}$

$= \frac{7\sqrt{3}(\sqrt{10}-\sqrt{3})}{10-3} - \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{6}-\sqrt{5})}{6-5} - \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{15}-3\sqrt{2})}{15-18}$

$= (\sqrt{30}-3) - (2\sqrt{30}-10) + (\sqrt{30}-6)$

$= \sqrt{30} - 3 - 2\sqrt{30} + 10 + \sqrt{30} - 6$

$= \mathbf{1}$

**3.** જો $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ હોય, તો $\frac{4}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$ ની કિંમત શોધો.

$\frac{4}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$

$= \frac{4(3\sqrt{3}+2\sqrt{2}) + 3(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})}{(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})}$

$= \frac{12\sqrt{3}+8\sqrt{2}+9\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{27-8}$

$= \frac{21\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{19}$

$= \frac{21(1.732)+2(1.414)}{19}$

$= \frac{36.372+2.828}{19}$

$= \frac{39.2}{19}$

$= \mathbf{2.063}$

**4.** જો $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ હોય, તો $a^2 + \frac{1}{a^2}$ ની કિંમત શોધો.

$a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$

$= \frac{6-2\sqrt{5}}{9-5}$

$= \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

આથી $a + \frac{1}{a} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} + \frac{3-\sqrt{5}}{2} = 3$

અને $a \times \frac{1}{a} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \times \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{9-5}{4} = 1$

હવે, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2\left(a \times \frac{1}{a}\right)$

$= (3)^2 - 2(1)$

$= 9 - 2$

$= \mathbf{7}$

**5.** જો $x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ અને $y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ હોય, તો $x^2 + y^2$ની કિંમત શોધો.

$x + y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$= \frac{(3+2+2\sqrt{6}) + (3+2-2\sqrt{6})}{3-2}$

$= 10$

$xy = \left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right) = 1$

હવે, $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$= (10)^2 - 2(1)$

$= 100 - 2$

$= \mathbf{98}$

**6. સાદું રૂપ આપો : $(256)^{-\left(4^{\frac{-3}{2}}\right)}$**

$$(256)^{-\left(4^{\frac{-3}{2}}\right)} = (2^8)^{-\left((2^2)^{\frac{-3}{2}}\right)}$$
$$= (2^8)^{-(2^{-3})}$$
$$= (2^8)^{-\frac{1}{8}}$$
$$= 2^{8\times\left(-\frac{1}{8}\right)}$$
$$= 2^{-1}$$
$$= \mathbf{\frac{1}{2}}$$

**7. કિંમત શોધો : $\frac{4}{(216)^{-\frac{2}{3}}} + \frac{1}{(256)^{-\frac{3}{4}}} + \frac{2}{(243)^{-\frac{1}{5}}}$**

$$\frac{4}{(216)^{-\frac{2}{3}}} + \frac{1}{(256)^{-\frac{3}{4}}} + \frac{2}{(243)^{-\frac{1}{5}}}$$
$$= \frac{4}{(6^3)^{-\frac{2}{3}}} + \frac{1}{(4^4)^{-\frac{3}{4}}} + \frac{2}{(3^5)^{-\frac{1}{5}}}$$
$$= \frac{4}{6^{-2}} + \frac{1}{4^{-3}} + \frac{2}{3^{-1}}$$
$$= (4 \times 6^2) + (1 \times 4^3) + (2 \times 3^1)$$
$$= 144 + 64 + 6$$
$$= \mathbf{214}$$

# 2 બહુપદીઓ (POLYNOMIALS)

## સ્વાધ્યાય 2.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 21વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

**1.** અભિવ્યક્તિ ..... બહુપદી છે.

A. $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^2}$ B. $\sqrt{2x} - 1$ C. $x^2 + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$ D. $\frac{x-1}{x+1}$

જવાબ : C. $x^2 + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$

ઉકેલ : $x^2 + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}} = x^2 + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^2 + 3x$ માં દરેક પદમાં $x$ની ઘાત પૂર્ણ સંખ્યા છે. A, B અને D માં $x$ની ઘાત ઋણ અથવા અપૂર્ણાંક હોય તેવાં પદો છે.

**2.** બહુપદી $\sqrt{2}$ ની ઘાત ..... છે.

A. 2 B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

જવાબ : B. 0

ઉકેલ : $\sqrt{2} = \sqrt{2}\,x^0$ હોવાથી બહુપદી $\sqrt{2}$ ની ઘાત શૂન્ય છે.

**3.** $4x^4 + 0x^3 + 0x^5 + 5x + 7$ બહુપદીની ઘાત ..... છે.

A. 4 B. 5 C. 3 D. 7

જવાબ : A. 4

ઉકેલ : $4x^4 + 0x^3 + 0x^5 + 5x + 7 = 4x^4 + 5x + 7$

આ બહુપદીમાં મહત્તમ ઘાતાંક 4 હોવાથી બહુપદીની ઘાત 4 છે.

**4.** શૂન્ય બહુપદીની ઘાત ..... છે.

A. 0 B. 1

C. કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા D. અવ્યાખ્યાયિત

જવાબ : D. અવ્યાખ્યાયિત

ઉકેલ : શૂન્ય બહુપદી $= 0 = 0 \cdot x^1 = 0 \cdot x^5 = 0 \cdot x^{10}$

જેમ અનેક રીતે વર્ણવી શકાય. આથી શૂન્ય બહુપદીની ઘાત અવ્યાખ્યાયિત છે.

**5.** જો $p(x) = x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 1$ હોય, તો $p(2\sqrt{2}) =$ ..... .

A. 0 B. 1 C. $4\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2} + 1$

જવાબ : B. 1

ઉકેલ : $p(x) = x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 1$

$\therefore p(2\sqrt{2}) = (2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}(2\sqrt{2}) + 1$

$= 8 - 8 + 1$

$= 1$

**6.** $x = -1$ આગળ બહુપદી $5x - 4x^2 + 3$ની કિંમત ..... છે.

A. $-6$ B. 6 C. 2 D. $-2$

જવાબ : A. $-6$

ઉકેલ : $p(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$\therefore p(-1) = 5(-1) - 4(-1)^2 + 3$

$= -5 - 4 + 3 = -6$

**7.** જો $p(x) = x + 3$ હોય, તો $p(x) + p(-x) =$ ..... છે.

A. 3 B. $2x$ C. 0 D. 6

જવાબ : D. 6

ઉકેલ : $p(x) = x + 3 \quad \therefore p(-x) = -x + 3$

$\therefore p(x) + p(-x) = (x + 3) + (-x + 3) = 6$

**8.** શૂન્ય બહુપદીનું શૂન્ય ..... છે.

A. 0 B. 1

C. કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા D. અવ્યાખ્યાયિત

જવાબ : C. કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા

ઉકેલ : શૂન્ય બહુપદી $p(x) = 0$માં $x$ હાજર ન હોવાથી $x$ની કિંમત કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા લેવા છતાં $p(x)$નું મૂલ્ય 0 જ થાય.

**9.** $p(x) = 2x + 5$ બહુપદીનું શૂન્ય ..... છે.

A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{5}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{2}$

જવાબ : B. $-\frac{5}{2}$

ઉકેલ : $p(x) = 0$ લેતાં, $2x + 5 = 0$

$\therefore 2x = -5$ $\therefore x = -\frac{5}{2}$

આમ, બહુપદી $p(x)$નું શૂન્ય $-\frac{5}{2}$ છે.

**10.** બહુપદી $2x^2 + 7x - 4$નું એક શૂન્ય ..... છે.

A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-2$

જવાબ : B. $\frac{1}{2}$

ઉકેલ : $2x^2 + 7x - 4 = 0$

$\therefore 2x^2 + 8x - x - 4 = 0$

$\therefore 2x(x + 4) - 1(x + 4) = 0$

$\therefore (x + 4)(2x - 1) = 0$

$\therefore x + 4 = 0$ અથવા $2x - 1 = 0$

$\therefore x = -4$ અથવા $x = \frac{1}{2}$

આથી $2x^2 + 7x - 4$નાં શૂન્યો $-4$ અને $\frac{1}{2}$ છે.

**11.** $x^{51} + 51$ને $x + 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ ..... છે.

A. 0 B. 1 C. 49 D. 50

જવાબ : D. 50

ઉકેલ : $x + 1$નું શૂન્ય $-1$ છે.

આથી $p(x) = x^{51} + 51$ ને $x + 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ $= p(-1) = (-1)^{51} + 51 = -1 + 51 = 50$

**12.** જો બહુપદી $2x^2 + kx$નો એક અવયવ $x + 1$ હોય, તો $k$ની કિંમત ..... છે.

A. $-3$ B. 4 C. 2 D. $-2$

જવાબ : C. 2

ઉકેલ : $p(x) = 2x^2 + kx$નો એક અવયવ $x + 1$ છે.

$\therefore p(-1) = 0$

$\therefore 2(-1)^2 + k(-1) = 0$

$\therefore 2 - k = 0$

$\therefore k = 2$

**13.** $x + 1$ એ ..... બહુપદીનો અવયવ છે.

A. $x^3 + x^2 - x + 1$ B. $x^3 + x^2 + x + 1$

C. $x^4 + x^3 + x^2 + 1$ D. $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$

જવાબ : B. $x^3 + x^2 + x + 1$

ઉકેલ : વિકલ્પ Bની બહુપદી $x^3 + x^2 + x + 1$માં યુગ્મ ઘાતાંકવાળાં પદોના સહગુણકોનો સરવાળો = અયુગ્મ ઘાતાંકવાળાં પદોના સહગુણકોનો સરવાળો = 2 થાય છે. બીજા કોઈ પણ વિકલ્પની બહુપદીમાં આ બે સરવાળા સમાન થતા નથી.

**14.** $(25x^2 - 1) + (1 + 5x)^2$નો એક અવયવ ..... છે.

A. $5 + x$ B. $5 - x$ C. $5x - 1$ D. $10x$

જવાબ : D. $10x$

ઉકેલ : $(25x^2 - 1) + (1 + 5x)^2$

$= (5x + 1)(5x - 1) + (5x + 1)^2$

$= (5x + 1)(5x - 1 + 5x + 1)$

$= (5x + 1)(10x)$

**15.** $249^2 - 248^2$ની કિંમત ..... છે.

A. $1^2$ B. 477 C. 487 D. 497

જવાબ : D. 497

ઉકેલ : $249^2 - 248^2$

$= (249 + 248)(249 - 248)$

$= (497)(1) = 497$

**16.** $4x^2 + 8x + 3$ના અવયવીકરણનું પરિણામ ..... છે.

A. $(x + 1)(x + 3)$

B. $(2x + 1)(2x + 3)$

C. $(2x + 2)(2x + 5)$

D. $(2x - 1)(2x - 3)$

જવાબ : B. $(2x + 1)(2x + 3)$

ઉકેલ : $4x^2 + 8x + 3$

$= 4x^2 + 6x + 2x + 3$

$= 2x(2x + 3) + 1(2x + 3)$

$= (2x + 1)(2x + 3)$

**17.** $(x + y)^3 - (x^3 + y^3)$ નો એક અવયવ ..... છે.

A. $x^2 + y^2 + 2xy$ B. $x^2 + y^2 - xy$

C. $xy^2$ D. $3xy$

જવાબ : D. $3xy$

ઉકેલ : $(x + y)^3 - (x^3 + y^3)$

$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) - x^3 - y^3$

$= 3xy(x + y)$

**18.** $(x + 3)^3$ના વિસ્તરણમાં $x$ નો સહગુણક ..... છે.

A. 1 B. 9 C. 18 D. 27

જવાબ : D. 27

ઉકેલ : $(x + 3)^3$

$= x^3 + (3)^3 + 3(x)(3)(x + 3)$

$= x^3 + 27 + 9x(x + 3)$

$= x^3 + 27 + 9x^2 + 27x$

**19.** જો $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=-1\ (x,\ y\neq 0)$ હોય, તો $x^3-y^3$ની કિંમત ..... છે.

A. 1 B. – 1 C. 0 D. $\frac{1}{2}$

જવાબ : C. 0

ઉકેલ : $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=-1$

$\therefore x^2+y^2=-xy$

$\therefore x^2+xy+y^2=0$

હવે, $x^3-y^3$

$=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=(x-y)(0)=0$

**20.** જો $49x^2-b=\left(7x+\frac{1}{2}\right)\left(7x-\frac{1}{2}\right)$ હોય, તો $b$ની કિંમત ..... છે.

A. 0 B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

જવાબ : C. $\frac{1}{4}$

ઉકેલ : $49x^2-b=\left(7x+\frac{1}{2}\right)\left(7x-\frac{1}{2}\right)$

$\therefore 49x^2-b=(7x)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\therefore 49x^2-b=49x^2-\frac{1}{4}$

$\therefore b=\frac{1}{4}$

**21.** જો $a+b+c=0$ હોય, તો $a^3+b^3+c^3=$ ..... છે.

A. 0 B. $abc$ C. $3abc$ D. $2abc$

જવાબ : C. $3abc$

ઉકેલ : $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$\therefore a^3+b^3+c^3-3abc=(0)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$\therefore a^3+b^3+c^3-3abc=0$

$\therefore a^3+b^3+c^3=3abc$

## સ્વાધ્યાય 2.2

**1. નીચેનામાંથી કઈ અભિવ્યક્તિઓ બહુપદી છે? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો :**

**(1) 8** **(2)** $\sqrt{3}x^2-2x$

**(3)** $1-\sqrt{5x}$ **(4)** $\frac{1}{5x^{-2}}+5x+7$

**(5)** $\frac{(x-2)(x-4)}{x}$ **(6)** $\frac{1}{x+1}$

**(7)** $\frac{1}{7}a^3-\frac{2}{\sqrt{3}}a^2+4a-7$ **(8)** $\frac{1}{2x}$

ઉકેલ : અભિવ્યક્તિઓ **(1), (2), (4) અને (7) બહુપદીઓ છે,** કારણ કે તે દરેકમાં સાદું રૂપ આપતા ચલની ઘાત પૂર્ણ સંખ્યા છે. અભિવ્યક્તિઓ **(3), (5), (6) અને (8) બહુપદીઓ નથી,** કારણ કે તે દરેકમાં ચલની ઘાત પૂર્ણ સંખ્યા નથી.

**2. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો :**

(1) દ્વિપદીને વધુમાં વધુ બે પદો હોય છે.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે દ્વિપદી બહુપદીને બરાબર બે પદો હોય છે.

(2) દરેક બહુપદી દ્વિપદી છે.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે $7x$ એ એકપદી છે જ્યારે $x^2-8x+15$ એ ત્રિપદી છે. આમ, દરેક બહુપદી દ્વિપદી હોય તે આવશ્યક નથી.

(3) દ્વિપદીની ઘાત 5 હોઈ શકે.

જવાબ : **ખરું,** જેમ કે $7x^5+3x^3$ એ દ્વિપદી છે અને તેની ઘાત 5 છે.

(4) બહુપદીનું શૂન્ય હંમેશાં શૂન્ય છે.

જવાબ : **ખોટું,** જેમ કે $4x-12$ બહુપદીનું શૂન્ય 3 છે.

(5) બહુપદીને એકથી વધારે શૂન્ય હોઈ શકે નહિ.

જવાબ : **ખોટું,** દ્વિઘાત બહુપદી $x^2-8x+15$ ને બે શૂન્યો 5 અને 3 છે. ત્રિઘાત બહુપદીને ત્રણ શૂન્યો હોઈ શકે. આમ, બહુપદીનાં શૂન્યોની સંખ્યા બહુપદીની ઘાત પર આધારિત છે.

(6) 5 ઘાતવાળી બે બહુપદીઓના સરવાળાની ઘાત હંમેશાં 5 છે.

જવાબ : **ખોટું,** જેમ કે $3x^5+7x^2+12$ અને $-3x^5+11x+5$ બંને 5 ઘાતવાળી બહુપદીઓ છે, પરંતુ તેમનો સરવાળો દ્વિઘાત બહુપદી $7x^2+11x+17$ છે.

## સ્વાધ્યાય 2.3

**1. નીચે આપેલી બહુપદીઓને ચલની સંખ્યા અનુસાર વર્ગીકૃત કરો :**

**( 1 ) $x^2 + x + 1$ ( 2 ) $y^3 - 5y$**

**( 3 ) $xy + yz + zx$ ( 4 ) $x^2 - 2xy + y^2 + 1$**

( 1 ) બહુપદી $x^2 + x + 1$માં ફક્ત એક ચલ $x$ હોવાથી તે **એકચલ બહુપદી** છે.

( 2 ) બહુપદી $y^3 - 5y$માં ફક્ત એક ચલ $y$ હોવાથી તે **એકચલ બહુપદી** છે.

( 3 ) બહુપદી $xy + yz + zx$માં ત્રણ ચલ $x$, $y$ અને $z$ હોવાથી તે **ત્રિચલ બહુપદી** છે.

( 4 ) બહુપદી $x^2 - 2xy + y^2 + 1$માં બે ચલ $x$ અને $y$ હોવાથી તે **દ્વિચલ બહુપદી** છે.

**2. નીચે આપેલી બહુપદીઓની ઘાત જણાવો :**

**( 1 ) $2x - 1$ ( 2 ) $-10$**

**( 3 ) $x^3 - 9x + 3x^5$ ( 4 ) $y^3 (1 - y^4)$**

( 1 ) બહુપદી $2x - 1$ની ઘાત **1** છે.

( 2 ) બહુપદી $-10$ની ઘાત **0** છે.

( 3 ) બહુપદી $x^3 - 9x + 3x^5$ની ઘાત **5** છે.

( 4 ) બહુપદી $y^3 (1 - y^4) = y^3 - y^7$ની ઘાત **7** છે.

**3. બહુપદી $\frac{x^3 + 2x + 1}{5} - \frac{7}{2}x^2 - x^6$ માટે**

**( 1 ) બહુપદીની ઘાત, ( 2 ) $x^3$નો સહગુણક, ( 3 ) $x^6$નો સહગુણક અને ( 4 ) અચળ પદ મેળવો.**

આપેલ બહુપદી $= \frac{x^3 + 2x + 1}{5} - \frac{7}{2}x^2 - x^6$

$= \frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{5} - \frac{7}{2}x^2 - x^6$

( 1 ) બહુપદીની ઘાત **6** છે.

( 2 ) $x^3$નો સહગુણક $\frac{1}{5}$ છે.

( 3 ) $x^6$નો સહગુણક $-1$ છે.

( 4 ) અચળ પદ $\frac{1}{5}$ છે.

**4. નીચેની પ્રત્યેક અભિવ્યક્તિમાં $x^2$નો સહગુણક જણાવો :**

**( 1 ) $\frac{\pi}{6}x + x^2 - 1$ ( 2 ) $3x - 5$**

**( 3 ) $(x - 1)(3x - 4)$ ( 4 ) $(2x - 5)(2x^2 - 3x + 1)$**

( 1 ) $\frac{\pi}{6}x + x^2 - 1$માં $x^2$નો સહગુણક **1** છે.

( 2 ) $3x - 5$માં $x^2$નો સહગુણક **0** છે.

( 3 ) $(x - 1)(3x - 4) = 3x^2 - 7x + 4$માં $x^2$નો સહગુણક **3** છે.

( 4 ) $(2x - 5)(2x^2 - 3x + 1) = 4x^3 - 16x^2 + 17x - 5$માં $x^2$નો સહગુણક **$-16$** છે.

**5. નીચે આપેલી બહુપદીઓને અચળ, સુરેખ, દ્વિઘાત કે ત્રિઘાત બહુપદીમાં વર્ગીકૃત કરો :**

**( 1 ) $2 - x^2 + x^3$ ( 2 ) $3x^3$ ( 3 ) $5t - \sqrt{7}$**

**( 4 ) $4 - 5y^2$ ( 5 ) 3 ( 6 ) $2 + x$**

**( 7 ) $y^3 - y$ ( 8 ) $1 + x + x^2$ ( 9 ) $t^2$**

**( 10 ) $\sqrt{2}x - 1$**

**અચળ બહુપદીઓ :** ( 5 ) 3

**સુરેખ બહુપદીઓ :** ( 3 ) $5t - \sqrt{7}$ ( 6 ) $2 + x$, ( 10 ) $\sqrt{2}x - 1$

**દ્વિઘાત બહુપદીઓ :** ( 4 ) $4 - 5y^2$ ( 8 ) $1 + x + x^2$ ( 9 ) $t^2$

**ત્રિઘાત બહુપદીઓ :** ( 1 ) $2 - x^2 + x^3$ ( 2 ) $3x^3$ ( 7 ) $y^3 - y$

**6. માગ્યા પ્રમાણે બહુપદીનાં ઉદાહરણો આપો :**

**( 1 ) એકપદીમાં 1 ઘાત, ( 2 ) દ્વિપદીમાં 20 ઘાત**

**( 3 ) ત્રિપદીમાં 2 ઘાત**

( 1 ) એકપદીમાં 1 ઘાત : **$7x$**

( 2 ) દ્વિપદીમાં 20 ઘાત : **$5x^{20} - 16x$**

( 3 ) ત્રિપદીમાં 2 ઘાત : **$6x^2 + 17x + 12$**

**7. $x = 3$ માટે બહુપદી $3x^3 - 4x^2 + 7x - 5$ની કિંમત શોધો અને $x = -3$ માટે પણ તેની કિંમત શોધો.**

ધારો કે, $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 7x - 5$

( 1 ) $p(3) = 3(3)^3 - 4(3)^2 + 7(3) - 5$

$= 81 - 36 + 21 - 5$

$= \mathbf{61}$

( 2 ) $p(-3) = 3(-3)^3 - 4(-3)^2 + 7(-3) - 5$

$= -81 - 36 - 21 - 5$

$= \mathbf{-143}$

**8. જો $p(x) = x^2 - 4x + 3$ તો $p(2) - p(-1) + p\left(\frac{1}{2}\right)$ મેળવો.**

$p(x) = x^2 - 4x + 3$

$\therefore p(2) = (2)^2 - 4(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$

$\therefore p(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$

$\therefore p\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = \frac{5}{4}$

હવે, $p(2) - p(-1) + p\left(\frac{1}{2}\right) = -1 - 8 + \frac{5}{4}$

$= \frac{-4 - 32 + 5}{4}$

$= -\frac{31}{4}$

**9. નીચેની બહુપદીઓ માટે $p(0)$, $p(1)$, $p(-2)$ શોધો :**

**( 1 ) $p(x) = 10x - 4x^2 - 3$**

**( 2 ) $p(y) = (y + 2)(y - 2)$**

( 1 ) $p(x) = 10x - 4x^2 - 3$

$\therefore p(0) = 10(0) - 4(0)^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = \mathbf{-3}$

$\therefore p(1) = 10(1) - 4(1)^2 - 3 = 10 - 4 - 3 = \mathbf{3}$

$\therefore p(-2) = 10(-2) - 4(-2)^2 - 3$

$= -20 - 16 - 3 = \mathbf{-39}$

( 2 ) $p(y) = (y + 2)(y - 2) = y^2 - 4$

$\therefore p(0) = (0)^2 - 4 = 0 - 4 = \mathbf{-4}$

$\therefore p(1) = (1)^2 - 4 = 1 - 4 = \mathbf{-3}$

$\therefore p(-2) = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = \mathbf{0}$

**10. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય?**

**( 1 ) $x - 3$નું શૂન્ય $(-3)$ છે.**

**( 2 ) $3x + 1$નું શૂન્ય $\frac{-1}{3}$ છે.**

**( 3 ) $4 - 5y$નું શૂન્ય $\frac{-4}{5}$ છે.**

**( 4 ) $t^2 - 2t$નાં શૂન્યો 0 અને 2 છે.**

**( 5 ) $y^2 + y - 6$નું એક શૂન્ય $-3$ છે.**

( 1 ) **ખોટું,** કારણ કે $x - 3$નું શૂન્ય 3 છે.

( 2 ) **ખરું,** કારણ કે $3x + 1 = 0$ લેતાં, $x = -\frac{1}{3}$ મળે. આથી $3x + 1$નું શૂન્ય $-\frac{1}{3}$ છે.

( 3 ) **ખોટું,** કારણ કે $4 - 5y$નું શૂન્ય $\frac{4}{5}$ છે.

( 4 ) **ખરું,** કારણ કે $t^2 - 2t = 0$ લેતાં, $t(t - 2) = 0$ એટલે કે $t = 0$ અથવા $t = 2$ મળે. આમ, $t^2 - 2t$નાં શૂન્યો 0 અને 2 છે.

( 5 ) **ખરું,** કારણ કે $y^2 + y - 6 = 0$ લેતાં, $(y + 3)(y - 2) = 0$ એટલે કે $y = -3$ અથવા $y = 2$ મળે. આમ, $y^2 + y - 6$નું એક શૂન્ય $-3$ છે.

**11. નીચે આપેલ દરેક બહુપદીનાં શૂન્યો શોધો :**

**( 1 ) $p(x) = x - 4$** **( 2 ) $g(x) = 3 - 6x$**

**( 3 ) $q(x) = 2x - 7$** **( 4 ) $h(y) = 2y$**

( 1 ) $p(x) = 0$ લેતાં, $x - 4 = 0$ એટલે કે $x = 4$. આમ, $p(x) = x - 4$નું શૂન્ય **4** છે.

( 2 ) $g(x) = 0$ લેતાં, $3 - 6x = 0$ એટલે કે $x = \frac{1}{2}$. આમ, $g(x) = 3 - 6x$નું શૂન્ય $\frac{1}{2}$ છે.

( 3 ) $q(x) = 0$ લેતાં, $2x - 7 = 0$ એટલે કે $x = \frac{7}{2}$. આમ, $q(x) = 2x - 7$નું શૂન્ય $\frac{7}{2}$ છે.

( 4 ) $h(y) = 0$ લેતાં, $2y = 0$ એટલે કે $y = 0$. આમ, $h(y) = 2y$નું શૂન્ય **0** છે.

**12. બહુપદી $p(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2$ નાં શૂન્યો શોધો.**

$p(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2$

$= (x^2 - 4x + 4) - (x^2 + 4x + 4)$

$= x^2 - 4x + 4 - x^2 - 4x - 4$

$= -8x$

$p(x) = 0$ લેતાં, $-8x = 0$ એટલે કે $x = 0$

આમ, આપેલ બહુપદીનું શૂન્ય **0** છે.

**13.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**14. $p(x)$ને $g(x)$ વડે ભાગતાં શેષ પ્રમેયની મદદથી મળતી શેષ શોધો :**

**( 1 ) $p(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 1$, $g(x) = x + 1$**

**( 2 ) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 50$, $g(x) = x - 3$**

**( 3 ) $p(x) = 4x^3 - 12x^2 + 14x - 3$, $g(x) = 2x - 1$**

**( 4 ) $p(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 4$, $g(x) = 1 - \frac{3}{2}x$**

( 1 ) $g(x) = x + 1$નું શૂન્ય $-1$ છે.

$p(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 1$,

$\therefore p(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 - 4(-1) - 1$

$= -1 - 2 + 4 - 1 = 0$

આમ, $p(x)$ને $g(x)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ = **0**

( 2 ) $g(x) = x - 3$નું શૂન્ય 3 છે.

$p(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 50$

$\therefore p(3) = (3)^3 - 3(3)^2 + 4(3) + 50$

$= 27 - 27 + 12 + 50 = 62$

આમ, $p(x)$ને $g(x)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ = **62**

( 3 ) $g(x) = 2x - 1$નું શૂન્ય $\frac{1}{2}$ છે.

$p(x) = 4x^3 - 12x^2 + 14x - 3$

$\therefore p\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 12\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 14\left(\frac{1}{2}\right) - 3$

$= \frac{1}{2} - 3 + 7 - 3 = \frac{3}{2}$

આમ, $p(x)$ ને $g(x)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ = $\mathbf{\frac{3}{2}}$

(4) $g(x) = 1 - \frac{3}{2}x$નું શૂન્ય $\frac{2}{3}$ છે.

$p(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 4$

$\therefore p\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{2}{3}\right) - 4$

$= \frac{8}{27} - \frac{8}{3} + \frac{4}{3} - 4$

$= \frac{8 - 72 + 36 - 108}{27} = -\frac{136}{27}$

આમ, $p(x)$ને $g(x)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ $= -\frac{136}{27}$

**15. $p(x)$ એ $g(x)$નો ગુણિત છે કે નહિ, તે ચકાસો :**

**(1) $p(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 3$, $g(x) = x - 2$**

**(2) $p(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$, $g(x) = 2x + 1$**

(1) $g(x) = x - 2$નું શૂન્ય 2 છે.

$\therefore p(x)$ને $g(x)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ $= p(2)$

$p(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 3$

$\therefore p(2) = (2)^3 - 5(2)^2 + 4(2) - 3$

$= 8 - 20 + 8 - 3$

$= -7$

$\neq 0$

આમ, શેષ $\neq 0$ હોવાથી $p(x)$ એ $g(x)$નો **ગુણિત નથી.**

(2) $g(x) = 2x + 1$નું શૂન્ય $-\frac{1}{2}$ છે.

$p(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$

$\therefore p\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 11\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 5$

$= -\frac{1}{4} - \frac{11}{4} + 2 + 5$

$= \frac{-1 - 11 + 8 + 20}{4}$

$= 4$

$\neq 0$

આમ, શેષ $\neq 0$ હોવાથી $p(x)$ એ $g(x)$નો **ગુણિત નથી.**

**16. દર્શાવો કે :**

**(1) $x + 3$ એ $69 + 11x - x^2 + x^3$નો અવયવ છે.**

**(2) $2x - 3$ એ $x + 2x^3 - 9x^2 + 12$નો અવયવ છે.**

(1) $x + 3$નું શૂન્ય $-3$ છે.

ધારો કે, $p(x) = 69 + 11x - x^2 + x^3$

$\therefore p(-3) = 69 + 11(-3) - (-3)^2 + (-3)^3$

$= 69 - 33 - 9 - 27 = 0$

$\therefore p(x)$ને $x + 3$ વડે ભાગતાં શેષ 0 મળે.

આથી $x + 3$ એ $69 + 11x - x^2 + x^3$નો અવયવ છે.

(2) $2x - 3$નું શૂન્ય $\frac{3}{2}$ છે.

ધારો કે, $p(x) = x + 2x^3 - 9x^2 + 12$

$\therefore p\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} + 2\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 9\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 12$

$= \frac{3}{2} + \frac{27}{4} - \frac{81}{4} + 12$

$= \frac{6 + 27 - 81 + 48}{4} = 0$

$\therefore p(x)$ને $2x - 3$ વડે ભાગતાં શેષ 0 મળે.

આથી $2x - 3$ એ $x + 2x^3 - 9x^2 + 12$નો અવયવ છે.

**17. નીચેનામાંથી કઈ બહુપદીનો એક અવયવ $(x - 2)$ છે, તે જણાવો :**

**(1) $3x^2 + 6x - 24$ (2) $4x^2 + x - 2$**

(1) $x - 2$નું શૂન્ય 2 છે.

ધારો કે, $p(x) = 3x^2 + 6x - 24$

$\therefore p(2) = 3(2)^2 + 6(2) - 24$

$= 12 + 12 - 24 = 0$

$\therefore x - 2$ એ $3x^2 + 6x - 24$નો **અવયવ છે.**

**નોંધ :** દાખલાની રકમ બદલીને ઉકેલ આપેલ છે.

(2) $x - 2$નું શૂન્ય 2 છે.

ધારો કે, $p(x) = 4x^2 + x - 2$

$\therefore p(2) = 4(2)^2 + 2 - 2$

$= 16 + 2 - 2$

$= 16$

$\neq 0$

$\therefore x - 2$ એ $4x^2 + x - 2$નો **અવયવ નથી.**

**18. સાબિત કરો : $p - 1$ એ $p^{10} - 1$ અને $p^{11} - 1$નો એક અવયવ છે.**

$p - 1$નું શૂન્ય 1 છે.

ધારો કે, $h(p) = p^{10} - 1$

$\therefore h(1) = (1)^{10} - 1 = 1 - 1 = 0$

$\therefore p - 1$ એ $p^{10} - 1$નો એક અવયવ છે.

ધારો કે, $t(p) = p^{11} - 1$

$\therefore t(1) = (1)^{11} - 1 = 1 - 1 = 0$

$\therefore p - 1$ એ $p^{11} - 1$નો એક અવયવ છે.

**19. $m$ની કઈ કિંમત માટે $x^3 - 2mx^2 + 16$ને $x + 2$ વડે ભાગી શકાય?**

$x + 2$નું શૂન્ય $-2$ છે.

ધારો કે, $p(x) = x^3 - 2mx^2 + 16$

જો $p(x)$ ને $x+2$ વડે ભાગી શકાય, તો $p(-2)=0$.

$\therefore (-2)^3 - 2m(-2)^2 + 16 = 0$

$\therefore -8 - 8m + 16 = 0$

$\therefore 8 = 8m$

$\therefore \mathbf{m = 1}$

**20. જો $x+2a$ એ $x^5 - 4a^2x^3 + 2x + 2a + 3$નો એક અવયવ હોય, તો $a$ શોધો.**

$x+2a$નું શૂન્ય $-2a$ છે.

ધારો કે, $p(x) = x^5 - 4a^2x^3 + 2x + 2a + 3$

જો $x+2a$ એ $p(x)$નો એક અવયવ હોય, તો

$p(-2a) = 0$

$\therefore (-2a)^5 - 4a^2(-2a)^3 + 2(-2a) + 2a + 3 = 0$

$\therefore -32a^5 + 32a^5 - 4a + 2a + 3 = 0$

$\therefore -2a + 3 = 0$

$\therefore 3 = 2a$

$\therefore \mathbf{a = \frac{3}{2}}$

**21. $2x-1$ એ $8x^4 + 4x^3 - 16x^2 + 10x + m$નો એક અવયવ હોય, તો $m$ની કિંમત શોધો.**

$2x-1$નું શૂન્ય $\frac{1}{2}$ છે.

ધારો કે, $p(x) = 8x^4 + 4x^3 - 16x^2 + 10x + m$

જો $2x-1$ એ $p(x)$નો એક અવયવ હોય, તો

$p\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

$\therefore 8\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 16\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 10\left(\frac{1}{2}\right) + m = 0$

$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 4 + 5 + m = 0$

$\therefore 2 + m = 0$

$\therefore \mathbf{m = -2}$

**22. જો $x+1$ એ $ax^3 + x^2 - 2x + 4a - 9$નો એક અવયવ હોય, તો $a$ની કિંમત શોધો.**

$x+1$નું શૂન્ય $-1$ છે.

ધારો કે, $p(x) = ax^3 + x^2 - 2x + 4a - 9$

જો $x+1$ એ $p(x)$નો એક અવયવ હોય, તો

$p(-1) = 0$

$\therefore a(-1)^3 + (-1)^2 - 2(-1) + 4a - 9 = 0$

$\therefore -a + 1 + 2 + 4a - 9 = 0$

$\therefore 3a - 6 = 0$

$\therefore 3a = 6$

$\therefore \mathbf{a = 2}$

**23. અવયવ પાડો :**

**(1) $x^2 + 9x + 18$ (2) $6x^2 + 7x - 3$**

**(3) $2x^2 - 7x - 15$ (4) $84 - 2r - 2r^2$**

(1) $x^2 + 9x + 18$

$= x^2 + 6x + 3x + 18$

$= x(x+6) + 3(x+6)$

$= \mathbf{(x+6)(x+3)}$

(2) $6x^2 + 7x - 3$

$= 6x^2 - 2x + 9x - 3$

$= 2x(3x-1) + 3(3x-1)$

$= \mathbf{(3x-1)(2x+3)}$

(3) $2x^2 - 7x - 15$

$= 2x^2 - 10x + 3x - 15$

$= 2x(x-5) + 3(x-5)$

$= \mathbf{(x-5)(2x+3)}$

(4) $84 - 2r - 2r^2$

$= -2(r^2 + r - 42)$

$= -2(r^2 + 7r - 6r - 42)$

$= -2\{r(r+7) - 6(r+7)\}$

$= -2(r+7)(r-6)$

$= \mathbf{2(r+7)(6-r)}$

**24. અવયવ પાડો :**

**(1) $2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$**

**(2) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$**

**(3) $x^3 + x^2 - 4x - 4$**

**(4) $3x^3 - x^2 - 3x + 1$**

(1) ધારો કે, $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$

30 ના બધા અવયવો

$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 10, \pm 15, \pm 30$ નો વિચાર કરતાં,

$p(2) = 2(2)^3 - 3(2)^2 - 17(2) + 30$

$= 16 - 12 - 34 + 30$

$= 0$

$\therefore x-2$ એક અવયવ છે.

$2x^3 - 3x^2 - 17x + 30$

$= 2x^3 - 4x^2 + x^2 - 2x - 15x + 30$

$= 2x^2(x-2) + x(x-2) - 15(x-2)$

$= (x-2)(2x^2 + x - 15)$

$= (x-2)(2x^2+6x-5x-15)$

$= (x-2)\{2x(x+3)-5(x+3)\}$

$= \mathbf{(x-2)(x+3)(2x-5)}$

( 2 ) ધારો કે, $p(x) = x^3-6x^2+11x-6$

અહીં, $p(1) = (1)^3-6(1)^2+11(1)-6$

$= 1-6+11-6$

$= 0$

$\therefore x-1$ એક અવયવ છે.

$x^3-6x^2+11x-6$

$= x^3-x^2-5x^2+5x+6x-6$

$= x^2(x-1)-5x(x-1)+6(x-1)$

$= (x-1)(x^2-5x+6)$

$= (x-1)(x^2-2x-3x+6)$

$= (x-1)\{x(x-2)-3(x-2)\}$

$= \mathbf{(x-1)(x-2)(x-3)}$

( 3 ) ધારો કે, $p(x) = x^3+x^2-4x-4$

અહીં, $p(-1) = (-1)^3+(-1)^2-4(-1)-4$

$= -1+1+4-4$

$= 0$

$\therefore x+1$ એક અવયવ છે.

$x^3+x^2-4x-4$

$= x^2(x+1)-4(x+1)$

$= (x+1)(x^2-4)$

$= (x+1)\{(x)^2-(2)^2\}$

$= \mathbf{(x+1)(x-2)(x+2)}$

( 4 ) ધારો કે, $p(x) = 3x^3-x^2-3x+1$

અહીં, $p(1) = 3(1)^3-(1)^2-3(1)+1$

$= 3-1-3+1$

$= 0$

$\therefore x-1$ એક અવયવ છે.

$3x^3-x^2-3x+1$

$= 3x^3-3x^2+2x^2-2x-x+1$

$= 3x^2(x-1)+2x(x-1)-1(x-1)$

$= (x-1)(3x^2+2x-1)$

$= (x-1)(3x^2+3x-x-1)$

$= (x-1)\{3x(x+1)-1(x+1)\}$

$= \mathbf{(x-1)(x+1)(3x-1)}$

**25.** યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી, નીચેનાની કિંમત મેળવો :

**( 1 ) $103^3$ ( 2 ) $101 \times 102$ ( 3 ) $999^2$**

( 1 ) $(103)^3$

$= (100+3)^3$

$= (100)^3+(3)^3+3(100)(3)(100+3)$

$= 1000000+27+900(100+3)$

$= 1000000+27+90000+2700$

$= \mathbf{10,92,727}$

( 2 ) $101 \times 102$

$= (100+1)(100+2)$

$= (100)^2+200+100+2$

$= 10000+302$

$= \mathbf{10,302}$

( 3 ) $(999)^2$

$= (1000-1)^2$

$= (1000)^2-2(1000)(1)+(1)^2$

$= 1000000-2000+1$

$= \mathbf{9,98,001}$

**26.** નીચેનાના અવયવ પાડો :

**( 1 ) $4x^2+20x+25$**

**( 2 ) $9y^2-66yz+121z^2$**

**( 3 ) $\left(2x+\frac{1}{3}\right)^2-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$**

( 1 ) $4x^2+20x+25$

$= (2x)^2+2(2x)(5)+(5)^2$

$= \mathbf{(2x+5)^2}$

( 2 ) $9y^2-66yz+121z^2$

$= (3y)^2-2(3y)(11z)+(11z)^2$

$= \mathbf{(3y-11z)^2}$

( 3 ) $\left(2x+\frac{1}{3}\right)^2-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

$= \left(2x+\frac{1}{3}+x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{3}-x+\frac{1}{2}\right)$

$= \left(3x+\frac{2-3}{6}\right)\left(x+\frac{2+3}{6}\right)$

$= \mathbf{\left(3x-\frac{1}{6}\right)\left(x+\frac{5}{6}\right)}$

**27.** નીચેનાના અવયવ પાડો :

**( 1 ) $9x^2-12x+3$**

**( 2 ) $9x^2-12x+4$**

( 1 ) $9x^2 - 12x + 3$

$= 3(3x^2 - 4x + 1)$

$= 3(3x^2 - 3x - x + 1)$

$= 3\{3x(x-1) - 1(x-1)\}$

$= \mathbf{3(x-1)(3x-1)}$

( 2 ) $9x^2 - 12x + 4$

$= (3x)^2 - 2(3x)(2) + (2)^2$

$= (3x-2)^2$

$= \mathbf{(3x-2)(3x-2)}$

**28. નીચેનાનું વિસ્તરણ કરો :**

**( 1 ) $(4a - b + 2c)^2$ ( 2 ) $(3a - 5b - c)^2$**

**( 3 ) $(-x + 2y - 3z)^2$**

( 1 ) $(4a - b + 2c)^2$

$= (4a + (-b) + 2c)^2$

$= (4a)^2 + (-b)^2 + (2c)^2 + 2(4a)(-b) + 2(-b)(2c) + 2(2c)(4a)$

$= \mathbf{16a^2 + b^2 + 4c^2 - 8ab - 4bc + 16ca}$

( 2 ) $(3a - 5b - c)^2$

$= \{3a + (-5b) + (-c)\}^2$

$= (3a)^2 + (-5b)^2 + (-c)^2 + 2(3a)(-5b) + 2(-5b)(-c) + 2(-c)(3a)$

$= \mathbf{9a^2 + 25b^2 + c^2 - 30ab + 10bc - 6ca}$

( 3 ) $(-x + 2y - 3z)^2$

$= \{(-x) + 2y + (-3z)\}^2$

$= (-x)^2 + (2y)^2 + (-3z)^2 + 2(-x)(2y) + 2(2y)(-3z) + 2(-3z)(-x)$

$= \mathbf{x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6zx}$

**29. નીચેનાના અવયવ પાડો :**

**( 1 ) $9x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 12xy - 16yz - 24xz$**

**( 2 ) $25x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 40xy + 16yz - 20xz$**

**( 3 ) $16x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 16xy - 12yz + 24xz$**

( 1 ) $9x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 12xy - 16yz - 24xz$

$= (3x)^2 + (2y)^2 + (-4z)^2 + 2(3x)(2y) + 2(2y)(-4z) + 2(-4z)(3x)$

$= (3x + 2y - 4z)^2$

$= \mathbf{(3x + 2y - 4z)(3x + 2y - 4z)}$

( 2 ) $25x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 40xy + 16yz - 20xz$

$= (-5x)^2 + (4y)^2 + (2z)^2 + 2(-5x)(4y) + 2(4y)(2z) + 2(2z)(-5x)$

$= (-5x + 4y + 2z)^2$

$= \mathbf{(-5x + 4y + 2z)(-5x + 4y + 2z)}$

( 3 ) $16x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 16xy - 12yz + 24xz$

$= (4x)^2 + (-2y)^2 + (3z)^2 + 2(4x)(-2y) + 2(-2y)(3z) + 2(3z)(4x)$

$= (4x - 2y + 3z)^2$

$= \mathbf{(4x - 2y + 3z)(4x - 2y + 3z)}$

**30. જો $a + b + c = 9$ અને $ab + bc + ca = 26$, તો $a^2 + b^2 + c^2$ શોધો.**

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

$= (9)^2 - 2(26)$

$= 81 - 52$

$= \mathbf{29}$

**31. નીચેના વિસ્તરણ કરો :**

**( 1 ) $(3a - 2b)^3$ ( 2 ) $\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{3}\right)^3$ ( 3 ) $\left(4 - \frac{1}{3x}\right)^3$**

( 1 ) $(3a - 2b)^3$

$= (3a)^3 - (2b)^3 - 3(3a)(2b)(3a - 2b)$

$= 27a^3 - 8b^3 - 54a^2b + 36ab^2$

$= \mathbf{27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3}$

( 2 ) $\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{3}\right)^3$

$= \left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{y}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{y}{3}\right)\left(\frac{1}{x} + \frac{y}{3}\right)$

$= \frac{1}{x^3} + \frac{y^3}{27} + \frac{y}{x^2} + \frac{y^2}{3x}$

$= \mathbf{\frac{1}{x^3} + \frac{y}{x^2} + \frac{y^2}{3x} + \frac{y^3}{27}}$

( 3 ) $\left(4 - \frac{1}{3x}\right)^3$

$= (4)^3 - \left(\frac{1}{3x}\right)^3 - 3(4)\left(\frac{1}{3x}\right)\left(4 - \frac{1}{3x}\right)$

$= 64 - \frac{1}{27x^3} - \frac{16}{x} + \frac{4}{3x^2}$

$= \mathbf{64 - \frac{16}{x} + \frac{4}{3x^2} - \frac{1}{27x^3}}$

**32. નીચેના અવયવ પાડો :**

**( 1 ) $1 - 64a^3 - 12a + 48a^2$**

**( 2 ) $8p^3 + \frac{12}{5}p^2 + \frac{6}{25}p + \frac{1}{125}$**

( 1 ) $1 - 64a^3 - 12a + 48a^2$

$= (1)^3 + (-4a)^3 - 12a(1 - 4a)$

$= (1)^3 + (-4a)^3 + 3(1)(-4a)(1 - 4a)$

$= (1 - 4a)^3$

$= \mathbf{(1 - 4a)\ (1 - 4a)\ (1 - 4a)}$

( 2 ) $8p^3 + \frac{12}{5}p^2 + \frac{6}{25}p + \frac{1}{125}$

$= 8p^3 + \frac{1}{125} + \frac{12}{5}p^2 + \frac{6}{25}p$

$= (2p)^3 + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \frac{6}{5}p\left(2p + \frac{1}{5}\right)$

$= (2p)^3 + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + 3(2p)\left(\frac{1}{5}\right)\left(2p + \frac{1}{5}\right)$

$= \left(2p + \frac{1}{5}\right)^3$

$= \mathbf{\left(2p + \frac{1}{5}\right)\left(2p + \frac{1}{5}\right)\left(2p + \frac{1}{5}\right)}$

**33.** નીચેના ગુણાકાર મેળવો :

**( 1 ) $\left(\frac{x}{2} + 2y\right)\left(\frac{x^2}{4} - xy + 4y^2\right)$**

**( 2 ) $(x^2 - 1)\ (x^4 + x^2 + 1)$**

( 1 ) $\left(\frac{x}{2} + 2y\right)\left(\frac{x^2}{4} - xy + 4y^2\right)$

$= \left(\frac{x}{2} + 2y\right)\left\{\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)(2y) + (2y)^2\right\}$

$= \left(\frac{x}{2}\right)^3 + (2y)^3$

$= \mathbf{\frac{x^3}{8} + 8y^3}$

( 2 ) $(x^2 - 1)\ (x^4 + x^2 + 1)$

$= (x^2 - 1)\ \{(x^2)^2 + (x^2)\ (1) + (1)^2\}$

$= (x^2)^3 - (1)^3$

$= \mathbf{x^6 - 1}$

**34.** અવયવ પાડો :

**( 1 ) $1 + 64x^3$ ( 2 ) $a^3 - 2\sqrt{2}\,b^3$**

( 1 ) $1 + 64x^3$

$= (1)^3 + (4x)^3$

$= \mathbf{(1 + 4x)\ (1 - 4x + 16x^2)}$

( 2 ) $a^3 - 2\sqrt{2}\,b^3$

$= (a)^3 - (\sqrt{2}\,b)^3$

$= \mathbf{(a - \sqrt{2}\,b)\ (a^2 + \sqrt{2}\,ab + 2b^2)}$

**35.** નીચેના ગુણાકાર મેળવો :

**$(2x - y + 3z)\ (4x^2 + y^2 + 9z^2 + 2xy + 3yz - 6xz)$**

$(2x - y + 3z)\ (4x^2 + y^2 + 9z^2 + 2xy + 3yz - 6xz)$

$= (2x + (-y) + 3z)\ \{(2x)^2 + (-y)^2 + (3z)^2 - (2x)\ (-y) - (-y)\ (3z) - (3z)\ (2x)\}$

$= (a + b + c)\ (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ ($2x = a$, $-y = b$ અને $3z = c$ લેતાં)

$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (2x)^3 + (-y)^3 + (3z)^3 - 3\ (2x)\ (-y)\ (3z)$

$= \mathbf{8x^3 - y^3 + 27z^3 + 18xyz}$

**36.** અવયવ પાડો :

**( 1 ) $a^3 - 8b^3 - 64c^3 - 24abc$**

**( 2 ) $2\sqrt{2}\,a^3 + 8b^3 - 27c^3 + 18\sqrt{2}\,abc$**

( 1 ) $a^3 - 8b^3 - 64c^3 - 24abc$

$= (a)^3 + (-2b)^3 + (-4c)^3 - 3\ (a)\ (-2b)\ (-4c)$

$= \{a + (-2b) + (-4c)\}\ \{(a)^2 + (-2b)^2 + (-4c)^2 - (a)\ (-2b) - (-2b)\ (-4c) - (-4c)\ (a)\}$

$= \mathbf{(a - 2b - 4c)\ (a^2 + 4b^2 + 16c^2 + 2ab - 8bc + 4ca)}$

( 2 ) $2\sqrt{2}\,a^3 + 8b^3 - 27c^3 + 18\sqrt{2}\,abc$

$= (\sqrt{2}\,a)^3 + (2b)^3 + (-3c)^3 - 3\ (\sqrt{2}\,a)\ (2b)\ (-3c)$

$= \{(\sqrt{2}\,a) + (2b) + (-3c)\}\ \{(\sqrt{2}\,a)^2 + (2b)^2 + (-3c)^2 - (\sqrt{2}\,a)\ (2b) - (2b)\ (-3c) - (-3c)\ (\sqrt{2}\,a)\}$

$= \mathbf{(\sqrt{2}\,a + 2b - 3c)\ (2a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 2\sqrt{2}\,ab + 6bc + 3\sqrt{2}\,ca)}$

**37.** ઘનનું મૂલ્ય મેળવ્યા સિવાય નીચેનાની કિંમત મેળવો :

**( 1 ) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$**

**( 2 ) $(0.2)^3 - (0.3)^3 + (0.1)^3$**

( 1 ) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$ અને $c = -\frac{5}{6}$ લેતાં,

$a + b + c = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{3 + 2 - 5}{6} = 0$

હવે, જો $a + b + c = 0$ હોય, તો

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{5}{6}\right)^3$

$= 3\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{5}{6}\right)$

$= \mathbf{-\frac{5}{12}}$

( 2 ) $a = 0.2,\ b = -0.3$ અને $c = 0.1$ લેતાં,

$a + b + c = 0.2 + (-0.3) + 0.1 = 0$

હવે, જો $a + b + c = 0$ હોય, તો

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\therefore (0.2)^3 - (0.3)^3 + (0.1)^3$

$= (0.2)^3 + (-0.3)^3 + (0.1)^3$

$= 3\,(0.2)\,(-0.3)\,(0.1)$

$= \mathbf{-0.018}$

**38. ઘનનું મૂલ્ય મેળવ્યા સિવાય અવયવ પાડો :**

**$(x - 2y)^3 + (2y - 3z)^3 + (3z - x)^3$**

$x - 2y = a,\ 2y - 3z = b$ અને $3z - x = c$ લેતાં,

$a + b + c = (x - 2y) + (2y - 3z) + (3z - x) = 0$

હવે, જો $a + b + c = 0$ હોય, તો

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\therefore (x - 2y)^3 + (2y - 3z)^3 + (3z - x)^3$

$= \mathbf{3\,(x - 2y)\,(2y - 3z)\,(3z - x)}$

**39. કિંમત મેળવો :**

**( 1 ) $x^3 + y^3 - 12xy + 64$, જ્યાં, $x + y = -4$**

**( 2 ) $x^3 - 8y^3 - 36xy - 216$, જ્યાં, $x = 2y + 6$**

( 1 ) $x + y = -4 \quad \therefore x + y + 4 = 0$

$x^3 + y^3 - 12xy + 64$

$= x^3 + y^3 + 64 - 12xy$

$= (x)^3 + (y)^3 + (4)^3 - 3\,(x)\,(y)\,(4)$

$= (x + y + 4)\,(x^2 + y^2 + 16 - xy - 4y - 4x)$

$= (0)\,(x^2 + y^2 + 16 - xy - 4y - 4x)$

$= \mathbf{0}$

( 2 ) $x = 2y + 6 \quad \therefore x - 2y - 6 = 0$

$x^3 - 8y^3 - 36xy - 216$

$= x^3 - 8y^3 - 216 - 36xy$

$= (x)^3 + (-2y)^3 + (-6)^3 - 3\,(x)\,(-2y)\,(-6)$

$= (x - 2y - 6)\,(x^2 + 4y^2 + 36 + 2xy - 12y + 6x)$

$= (0)\,(x^2 + 4y^2 + 36 + 2xy - 12y + 6x)$

$= \mathbf{0}$

**40. નીચે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ દર્શાવેલ છે. તેની સંભવિત લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો :**

**$4a^2 + 4a - 3$**

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

આથી ક્ષેત્રફળની પદાવલિના બે અવયવો લંબાઈ અને પહોળાઈના માપ સૂચવે.

$4a^2 + 4a - 3$

$= 4a^2 + 6a - 2a - 3$

$= 2a\,(2a + 3) - 1\,(2a + 3)$

$= (2a + 3)\,(2a - 1)$

આથી **લંબાઈ $= 2a + 3$** અને **પહોળાઈ $= 2a - 1$.**

## સ્વાધ્યાય 2.4

**1. જો બહુપદીઓ $az^3 + 4z^2 + 3z - 4$ અને $z^3 - 4z + a$ ને $z - 3$ વડે ભાગતાં સમાન શેષ મળે, તો $a$ની કિંમત શોધો.**

ધારો કે, $p\,(z) = az^3 + 4z^2 + 3z - 4$ અને $q\,(z) = z^3 - 4z + a$.

$p\,(z)$ અને $q\,(z)$ને $z - 3$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ અનુક્રમે $p\,(3)$ અને $q\,(3)$ દ્વારા મળે.

$p\,(3) = a\,(3)^3 + 4\,(3)^2 + 3\,(3) - 4$

$= 27a + 36 + 9 - 4$

$= 27a + 41$

$q\,(3) = (3)^3 - 4\,(3) + a$

$= 27 - 12 + a$

$= a + 15$

હવે, બંને શેષ સમાન છે.

$\therefore 27a + 41 = a + 15$

$\therefore 26a = -26$

$\therefore \mathbf{a = -1}$

**2. બહુપદી $p\,(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$ને $x + 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ 19 હોય, તો $a$ની કિંમત શોધો. $p\,(x)$ને $(x + 2)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ પણ શોધો.**

અહીં, $p\,(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$

$p\,(x)$ ને $x + 1$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ $= p\,(-1)$

$\therefore p\,(-1) = 19$

$\therefore (-1)^4 - 2\,(-1)^3 + 3\,(-1)^2 - a\,(-1) + 3a - 7 = 19$

$\therefore 1 + 2 + 3 + a + 3a - 7 = 19$

$\therefore 4a - 1 = 19$

$\therefore 4a = 20$

$\therefore \mathbf{a = 5}$

આથી $p\,(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 3\,(5) - 7$

$= x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 5x + 8$

$p(x)$ને $(x+2)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ $= p(-2)$

$p(-2) = (-2)^4 - 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 5(-2) + 8$

$= 16 + 16 + 12 + 10 + 8$

$= \mathbf{62}$

**3. જો $(x-2)$ અને $\left(x-\frac{1}{2}\right)$ બંને $px^2 + 5x + r$ ના અવયવો હોય, તો સાબિત કરો કે $p = r$.**

ધારો કે, $h(x) = px^2 + 5x + r$

$(x-2)$ અને $\left(x-\frac{1}{2}\right)$ બંને $h(x)$ના અવયવ છે.

$\therefore h(2) = h\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

$\therefore p(2)^2 + 5(2) + r = p\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{2}\right) + r$

$\therefore 4p + 10 + r = \frac{1}{4}p + \frac{5}{2} + r$

$\therefore 4p - \frac{1}{4}p = \frac{5}{2} - 10$

$\therefore \frac{15}{4}p = -\frac{15}{2}$

$\therefore p = -2$

વળી, $h(2) = 0$

$\therefore 4p + 10 + r = 0$

$\therefore 4(-2) + 10 + r = 0$

$\therefore -8 + 10 + r = 0$

$\therefore r + 2 = 0$

$\therefore r = -2$

આમ, $\boldsymbol{p = r = -2}$

**4. ભાગાકારની ક્રિયા કર્યા સિવાય સાબિત કરો કે $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 2$ને $x^2 - 3x + 2$ વડે ભાગી શકાય છે. [સૂચન : $x^2 - 3x + 2$ ના અવયવ પાડો.]**

ધારો કે, $p(x) = 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 2$

$x^2 - 3x + 2$

$= x^2 - 2x - x + 2$

$= x(x-2) - 1(x-2)$

$= (x-2)(x-1)$

$p(x)$ને $(x-2)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ $= p(2)$

$p(2) = 2(2)^4 - 5(2)^3 + 2(2)^2 - 2 + 2$

$= 32 - 40 + 8 - 2 + 2$

$= 0$

$p(x)$ને $x-2$ વડે ભાગી શકાય છે.

$p(x)$ને $(x-1)$ વડે ભાગતાં મળતી શેષ $= p(1)$

$p(1) = 2(1)^4 - 5(1)^3 + 2(1)^2 - (1) + 2$

$= 2 - 5 + 2 - 1 + 2$

$= 0$

$\therefore p(x)$ને $x-1$ વડે ભાગી શકાય છે.

આમ, $p(x)$ને $x-2$ તેમજ $x-1$ વડે ભાગી શકાય છે.

તેથી $p(x)$ને $(x-2)(x-1) = x^2 - 3x + 2$

વડે ભાગી શકાય છે.

**5. સાદું રૂપ આપો : $(2x-5y)^3 - (2x+5y)^3$**

ધારો કે, $2x - 5y = a$ અને $2x + 5y = b$,

$(2x-5y)^3 - (2x+5y)^3$

$= a^3 - b^3$

$= (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$= \{(2x-5y) - (2x+5y)\}\{(2x-5y)^2 + (2x-5y)(2x+5y) + (2x+5y)^2\}$

$= (-10y)(4x^2 - 20xy + 25y^2 + 4x^2 - 25y^2 + 4x^2 + 20xy + 25y^2)$

$= (-10y)(12x^2 + 25y^2)$

$= \mathbf{-120x^2y - 250y^3}$

**6. ગુણાકાર કરો : $x^2 + 4y^2 + z^2 + 2xy + xz - 2yz$ અને $(-z + x - 2y)$**

$(x^2 + 4y^2 + z^2 + 2xy + xz - 2yz)(-z + x - 2y)$

$= (x - 2y - z)\{(x)^2 + (-2y)^2 + (-z)^2 - (x)(-2y) - (-2y)(-z) - (-z)(x)\}$

$= (x)^3 + (-2y)^3 + (-z)^3 - 3(x)(-2y)(-z)$

$= \boldsymbol{x^3 - 8y^3 - z^3 - 6xyz}$

**7. જો $a, b, c$ બધા શૂન્યેતર હોય અને $a + b + c = 0$, તો સાબિત કરો કે $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$.**

$a, b, c$ બધા શૂન્યેતર હોવાથી $abc \neq 0$.

હવે, જો $a + b + c = 0$ હોય, તો

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{3abc}{abc}$ ($abc \neq 0$ વડે ભાગતાં)

$\therefore \frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc} = 3$

$\therefore \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$

**8.** જો $a + b + c = 5$ અને $ab + bc + ca = 10$ હોય, તો સાબિત કરો કે $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = -25$.

$a + b + c = 5$

$\therefore (a + b + c)^2 = (5)^2$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 25$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 25$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + 2(10) = 25$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + 20 = 25$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$

હવે, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= (a + b + c)\{(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca)\}$

$= (5)\{(5) - (10)\}$

$= (5)(-5)$

$= \mathbf{-25}$

**9.** અભ્યાસક્રમની બહારનો 'ચક્રીય પદાવલિ'નો પ્રશ્ન છે.

# 3 યામ ભૂમિતિ (COORDINATE GEOMETRY)

## સ્વાધ્યાય 3.1

**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 24વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

**1.** બિંદુ $(-3, 5)$ ..... ચરણમાં આવેલું છે.

A. પ્રથમ B. બીજા C. ત્રીજા D. ચોથા

જવાબ : B. બીજા

ઉકેલ : કારણ કે આપેલ બિંદુનો $x$-યામ (ભુજ) ઋણ છે અને $y$-યામ (કોટિ) ધન છે.

**2.** બીજા ચરણમાં આવેલા બિંદુના કોટિ અને ભુજનાં ચિહ્ન અનુક્રમે ..... છે.

A. +, + B. –, – C. –, + D. +, –

જવાબ : D. +, –

**3.** બિંદુ $(0, -7)$ ..... આવેલું છે.

A. $x$-અક્ષ પર B. બીજા ચરણમાં

C. $y$-અક્ષ પર D. ચોથા ચરણમાં

જવાબ : C. $y$-અક્ષ પર

ઉકેલ : કારણ કે આપેલ બિંદુનો $x$-યામ 0 છે.

**4.** બિંદુ $(-10, 0)$ ..... આવેલું છે.

A. $x$-અક્ષની ઋણ દિશામાં $x$-અક્ષ પર

B. $y$-અક્ષની ઋણ દિશામાં $y$-અક્ષ પર

C. ત્રીજા ચરણમાં

D. ચોથા ચરણમાં

જવાબ : A. $x$-અક્ષની ઋણ દિશામાં $x$-અક્ષ પર

ઉકેલ : કારણ કે આપેલ બિંદુનો $y$-યામ 0 છે અને $x$-યામ ઋણ છે.

**5.** $x$-અક્ષ પરનાં બધાં બિંદુ માટે કોટિ ..... છે.

A. 0 B. 1 C. 2 D. કોઈ પણ સંખ્યા

જવાબ : A. 0

ઉકેલ : $x$-અક્ષ પરના કોઈ પણ બિંદુ માટે કોટિ શૂન્ય હોય, પરંતુ ભુજ કોઈ પણ સંખ્યા હોઈ શકે.

**6.** $x$-અક્ષ પરનાં બધાં બિંદુ માટે ભુજ ..... છે.

A. 0 B. 1 C. $-1$ D. કોઈ પણ સંખ્યા

જવાબ : D. કોઈ પણ સંખ્યા

**7.** બે યામાક્ષો જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુને ..... કહેવાય છે.

A. કોટિ B. ભુજ C. ઉગમબિંદુ D. ચરણ

જવાબ : C. ઉગમબિંદુ

**8.** જે બિંદુના બંને યામ ઋણ હોય તે .....માં હશે.

A. I ચરણ B. II ચરણ C. III ચરણ D. IV ચરણ

જવાબ : C. III ચરણ

***9.** બિંદુઓ $(1, -1)$, $(2, -2)$, $(4, -5)$, $(-3, -4)$ ..... હોય.

A. II ચરણમાં B. III ચરણમાં

C. IV ચરણમાં D. એક જ ચરણમાં આવેલાં ન

જવાબ : D. એક જ ચરણમાં આવેલાં ન

ઉકેલ : પ્રથમ ત્રણ બિંદુઓ IV ચરણમાં છે, પરંતુ ચોથું બિંદુ III ચરણમાં છે.

* **નોંધ :** પ્રશ્નમાં યોગ્ય ફેરફાર કરીને ઉકેલ આપેલ છે.

**10.** જો બિંદુનો $y$-યામ શૂન્ય હોય, તો બિંદુ હંમેશાં ..... હશે.

A. I ચરણમાં B. II ચરણમાં

C. $x$-અક્ષ પર D. $y$-અક્ષ પર

જવાબ : C. $x$-અક્ષ પર

**11.** બિંદુઓ $(-5, 2)$ અને $(2, -5)$ .....માં હશે.

A. સમાન ચરણ

B. અનુક્રમે II અને III ચરણ

C. અનુક્રમે II અને IV ચરણ

D. અનુક્રમે IV અને II ચરણ

જવાબ : C. અનુક્રમે II અને IV ચરણ

ઉકેલ : પ્રથમ બિંદુના યામ (–, +) છે અને બીજા બિંદુના યામ (+, –) છે.

**12.** જો બિંદુ Pથી $x$-અક્ષ પરનું લંબઅંતર 5 એકમ હોય અને લંબનો લંબપાદ $x$-અક્ષની ઋણ દિશામાં આવેલો હોય, તો બિંદુ Pનો ..... છે.

A. $x$-યામ $= -5$ B. $y$-યામ = માત્ર 5
C. $y$-યામ = માત્ર $-5$ D. $y$-યામ $= 5$ અથવા $-5$

જવાબ : D. $y$-યામ $= 5$ અથવા $-5$

ઉકેલ : બિંદુ Pથી $x$-અક્ષ પરનું લંબઅંતર 5 એકમ હોવાથી Pનો $y$-યામ 5 અથવા $-5$ હોય અને લંબપાદ $x$-અક્ષની ઋણ દિશામાં હોવાથી Pનો $x$-યામ કોઈ પણ ઋણ સંખ્યા હોય.

**13.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**14.** જો P$(-1, 1)$, Q$(3, -4)$, R$(1, -1)$, S$(-2, -3)$ અને T$(-4, 4)$નું આલેખપત્ર ઉપર નિરૂપણ કરો ત્યારે ચોથા ચરણમાં ..... બિંદુઓ છે.

A. P અને T B. Q અને R C. માત્ર S D. P અને R

જવાબ : B. Q અને R

ઉકેલ : કારણ કે બિંદુઓ Q અને R $(+, -)$ પ્રકારના છે.

**15.** જો બે બિંદુઓના યામ P$(-2, 3)$ અને Q$(-3, 5)$ હોય, તો (Pનો કોટિ) – (Qનો કોટિ) = ..... છે.

A. $-5$ B. 1 C. $-1$ D. $-2$

જવાબ : D. $-2$

ઉકેલ : (P$(-2, 3)$નો કોટિ) – (Q$(-3, 5)$નો કોટિ)
$= 3 - 5$
$= -2$

**16.** જો P$(5, 1)$, Q$(8, 0)$, R$(0, 4)$, S$(0, 5)$ અને O$(0, 0)$નું આલેખપત્ર પર નિરૂપણ કરો, તો $x$-અક્ષ પર બિંદુઓ ..... છે.

A. P અને R B. R અને S C. માત્ર Q D. Q અને O

જવાબ : D. Q અને O

ઉકેલ : કારણ કે બિંદુ Q$(8, 0)$ અને O$(0, 0)$માં $y$-યામ શૂન્ય છે.

**17.** .....માં બિંદુઓની કોટિ ધન છે.

A. I અને II ચરણો B. I અને IV ચરણો
C. માત્ર I ચરણ D. માત્ર II ચરણ

જવાબ : A. I અને II ચરણો

ઉકેલ : વ્યાખ્યા મુજબ I ચરણના બિંદુના યામ $(+, +)$ પ્રકારના તથા II ચરણના બિંદુના યામ $(-, +)$ પ્રકારના હોય.

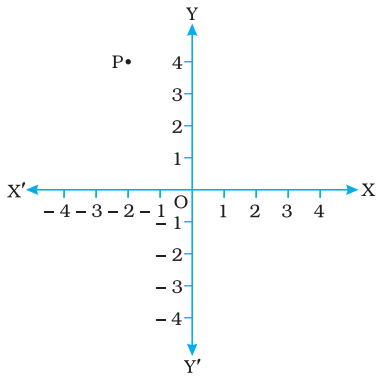
**18.** જે બિંદુઓના કોટિ અને ભુજનાં ચિહ્ન જુદાં જુદાં હોય તે બિંદુઓ .....માં હશે.

A. I અને II ચરણો B. II અને III ચરણો
C. I અને III ચરણો D. II અને IV ચરણો

જવાબ : D. II અને IV ચરણો

ઉકેલ : વ્યાખ્યા મુજબ II ચરણના બિંદુના યામ $(-, +)$ પ્રકારના અને IV ચરણના બિંદુના યામ $(+, -)$ પ્રકારના હોય.

**19.** આકૃતિમાં Pના યામ ..... છે.

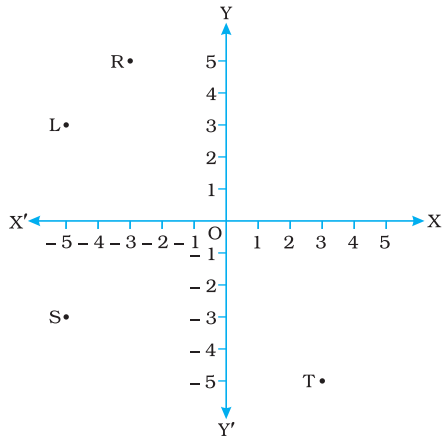



A. $(-4, 2)$ B. $(-2, 4)$
C. $(4, -2)$ D. $(2, -4)$

જવાબ : B. $(-2, 4)$

ઉકેલ : બિંદુ Pમાં $x$-અક્ષ પરના લંબનો લંબપાદ $-2$ પર અને $y$-અક્ષ પરના લંબનો લંબપાદ 4 પર છે.

**20.** આકૃતિમાં $(-5, 3)$ યામવાળું બિંદુ ..... છે.




A. T B. R C. L D. S

જવાબ : C. L

**21.** ..... બિંદુનો ભુજ 4 છે અને તે $x$-અક્ષ પર છે.

A. $(4, 0)$ B. $(0, 4)$ C. $(1, 4)$ D. $(4, 2)$

જવાબ : A. $(4, 0)$

ઉકેલ : $x$-અક્ષ પર હોવા માટે બિંદુનો $y$-યામ શૂન્ય હોવો જોઈએ અને ભુજ ($x$-યામ) 4 આપેલ છે.

**22.** બિંદુઓ P$(0, 3)$, Q$(1, 0)$, R$(0, -1)$, S$(-5, 0)$, T$(1, 2)$ પૈકી ..... બિંદુઓ $x$-અક્ષ પર નથી.

A. માત્ર P અને R B. માત્ર Q અને S
C. P, R અને T D. Q, S અને T

જવાબ : C. P, R અને T

ઉકેલ : કારણ કે બિંદુઓ P$(0, 3)$, R$(0, -1)$ અને T$(1, 2)$માં $y$-યામ શૂન્ય નથી.

**23.** $y$-અક્ષની ઋણ દિશામાં $y$-અક્ષ પર 5 એકમ અંતરે ..... બિંદુ આવેલું છે.

A. (0, 5) B. (5, 0) C. (0, −5) D. (−5, 0)

જવાબ : C. (0, −5)

ઉકેલ : $y$-અક્ષ પર આવેલ બિંદુનો $x$-યામ શૂન્ય હોય અને બિંદુ $y$-અક્ષ પર ઋણ દિશામાં 5 અંતરે આવેલ છે.

**24.** બિંદુ P (3, 4)થી $y$-અક્ષ સુધીનું લંબઅંતર ..... છે.

A. 3 B. 4 C. 5 D. 7

જવાબ : A. 3

ઉકેલ : કોઈ પણ બિંદુ માટે $y$-અક્ષ સુધીનું લંબઅંતર = બિંદુના $x$-યામનો માનાંક.

∴ P (3, 4)થી $y$-અક્ષનું લંબઅંતર = 3

## સ્વાધ્યાય 3.2

**નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો :**

**1.** બિંદુ (3, 0) એ પ્રથમ ચરણમાં છે.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે બિંદુનો $y$-યામ શૂન્ય હોવાથી બિંદુ $x$-અક્ષ પર આવેલ છે.

**2.** બિંદુ (1, −1) અને (−1, 1) એ એક જ ચરણમાં છે.

જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે બિંદુ (1, −1) IV ચરણમાં અને બિંદુ (−1, 1) II ચરણમાં આવેલ છે.

**3.** એક બિંદુના ભુજ $-\frac{1}{2}$ અને કોટિ 1 છે, તો તેના યામ $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ છે.

જવાબ : **ખરું,** કારણ કે જે બિંદુના ભુજ $-\frac{1}{2}$ અને કોટિ 1 હોય તે બિંદુના યામ $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ થાય.

**4.** એક બિંદુ $x$-અક્ષથી 2 એકમ અંતરે $y$-અક્ષ પર આવેલું છે. તેના યામ (2, 0) છે.

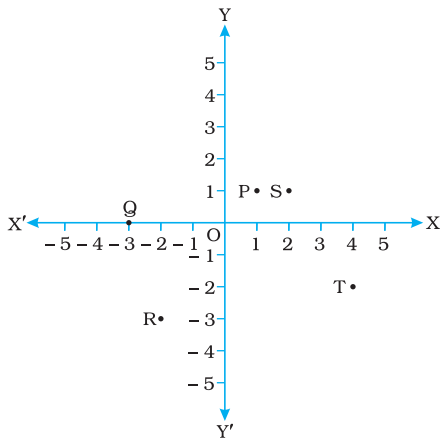
જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે દર્શાવેલ બિંદુના યામ (0, 2) અથવા (0, −2) થાય.

**5.** (−1, 7) બિંદુ બીજા ચરણમાં છે.

જવાબ : **ખરું,** કારણ કે આપેલ બિંદુના યામ (−, +) પ્રકારના છે.

## સ્વાધ્યાય 3.3

**1. આકૃતિમાંથી બિંદુઓ P, Q, R, S, T અને Oના યામ લખો :**




| બિંદુ | બિંદુના યામ |
|---|---|
| P | (1, 1) |
| Q | (−3, 0) |
| R | (−2, −3) |
| S | (2, 1) |
| T | (4, −2) |
| O | (0, 0) |

**2. થી 4.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**5. નીચેનાં બિંદુઓનું નિરૂપણ કર્યા વગર જણાવો કે તેઓ કયા ચરણમાં આવશે :**

**(1) ભુજ 5 છે અને કોટિ −3 છે.**

**(2) કોટિ −5 છે અને ભુજ −3 છે.**

**(3) કોટિ −5 છે અને ભુજ 3 છે.**

**(4) ભુજ 5 છે અને કોટિ 3 છે.**

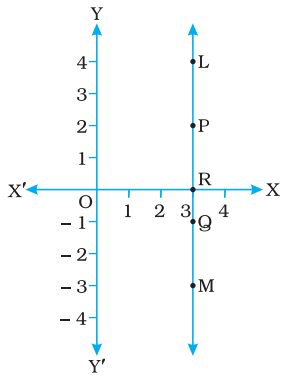
(1) ભુજ 5 અને કોટિ −3 ધરાવતું બિંદુ, એટલે કે બિંદુ (5, −3) IV ચરણમાં આવશે.

(2) કોટિ −5 અને ભુજ −3 ધરાવતું બિંદુ, એટલે કે બિંદુ (−3, −5) III ચરણમાં આવશે.

(3) કોટિ −5 અને ભુજ 3 ધરાવતું બિંદુ, એટલે કે બિંદુ (3, −5) IV ચરણમાં આવશે.

(4) ભુજ 5 અને કોટિ 3 ધરાવતું બિંદુ, એટલે કે બિંદુ (5, 3) I ચરણમાં આવશે.

**6. આકૃતિમાં, $y$-અક્ષને સમાંતર 3 એકમ અંતરે LM રેખા છે :**




**( 1 ) બિંદુઓ P, R અને Qના યામ શું છે?**

**( 2 ) બિંદુઓ L અને Mની કોટિનો તફાવત કેટલો છે?**

( 1 ) બિંદુઓ P, R અને Qના યામ અનુક્રમે (3, 2), (3, 0) અને (3, –1) છે.

( 2 ) બિંદુઓ L અને Mના કોટિનો તફાવત = $4 - (-3) = 7$

**7. નીચેનાં બિંદુઓ કયા ચરણમાં અથવા કયા અક્ષ પર આવેલા છે?**

**(– 3, 5), (4, – 1), (2, 0), (2, 2), (– 3, – 6)**

| બિંદુ | બિંદુનું સ્થાન |
|---|---|
| (– 3, 5) | II ચરણમાં |
| (4, – 1) | IV ચરણમાં |
| (2, 0) | $x$-અક્ષ પર |
| (2, 2) | I ચરણમાં |
| (– 3, – 6) | III ચરણમાં |

**8. નીચેનાંમાંથી કયાં બિંદુઓ $y$-અક્ષ પર છે?**

**A (1, 1), B (1, 0), C (0, 1), D (0, 0), E (0, – 1), F (– 1, 0), G (0, 5), H (– 7, 0), I (3, 3).**

$y$-અક્ષ પર આવેલ બિંદુનો $x$-યામ 0 જ હોય.

અહીં, બિંદુઓ C (0, 1), D (0, 0), E (0, – 1) અને G (0, 5)નો $x$-યામ 0 છે. આથી બિંદુઓ C, D, E અને G $y$-અક્ષ પર છે.

**9.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**10. એક બિંદુ $y$-અક્ષથી 7 એકમ અંતરે $x$-અક્ષની ધન દિશા પર આવેલું છે. તેના યામ લખો. જો તે બિંદુ $x$-અક્ષથી 7 એકમ અંતરે $y$-અક્ષની ઋણ દિશામાં હોય તો તેના યામ શું હોય?**

$y$-અક્ષથી 7 એકમ અંતરે $x$-અક્ષની ધન દિશા પર આવેલ બિંદુના યામ (7, 0) થાય. $x$-અક્ષથી 7 એકમ અંતરે $y$-અક્ષની ઋણ દિશામાં હોય તે બિંદુના યામ (0, – 7) થાય.

**11. નીચેનાં બિંદુઓના યામ શોધો :**

**( 1 ) તે $x$-અક્ષ અને $y$-અક્ષ બંને પર આવેલું છે.**

**( 2 ) તેનો કોટિ – 4 છે અને તે $y$-અક્ષ પર છે.**

**( 3 ) તેનો ભુજ 5 છે અને તે $x$-અક્ષ પર છે.**

( 1 ) $x$-અક્ષ અને $y$-અક્ષ બંને પર આવેલ બિંદુ બંને અક્ષોનું છેદબિંદુ એટલે કે, ઉગમબિંદુ છે અને તેથી તેના યામ (0, 0) છે.

( 2 ) બિંદુ $y$-અક્ષ પર હોવાથી તેનો $x$-યામ (ભુજ) 0 છે અને કોટિ – 4 આપેલ છે. આથી બિંદુના યામ (0, – 4) છે.

( 3 ) બિંદુ $x$-અક્ષ પર હોવાથી તેનો $y$-યામ (કોટિ) 0 છે અને ભુજ 5 આપેલ છે. આથી બિંદુના યામ (5, 0) છે.

**12.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

## સ્વાધ્યાય 3.4

**1.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**2. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 5 અને 3 એકમ છે, એક શિરોબિંદુ ઉગમબિંદુ છે. લાંબી બાજુ $x$-અક્ષ પર અને એક શિરોબિંદુ ત્રીજા ચરણમાં આવેલું છે, તો લંબચોરસનાં શિરોબિંદુઓના યામ લખો.**

લંબચોરસનું એક શિરોબિંદુ ઉગમબિંદુ હોવાથી તેના યામ (0, 0) છે.

લંબચોરસની લાંબી બાજુ $x$-અક્ષ પર છે અને લાંબી બાજુની લંબાઈ 5 એકમ છે. તેથી એક શિરોબિંદુના યામ (5, 0) અથવા (– 5, 0) હોય, પરંતુ એક શિરોબિંદુ ત્રીજા ચરણમાં હોવાથી તેના બંને યામ ઋણ હોય અને તેથી બાકીના બધા શિરોબિંદુના યામ ઋણ અથવા 0 હોય. આમ, બીજા શિરોબિંદુના યામ (– 5, 0) છે.

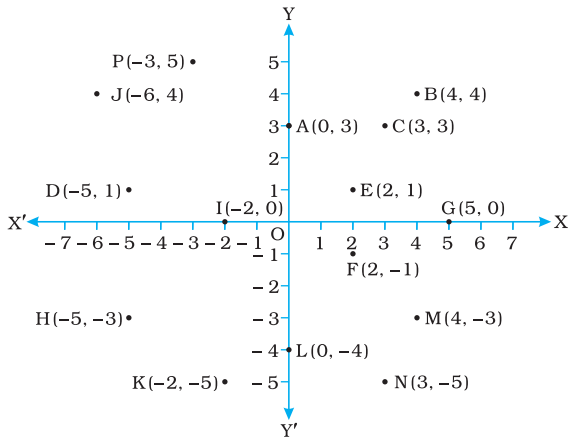
લંબચોરસની પહોળાઈ $x$-અક્ષને લંબ એટલે કે $y$-અક્ષ પર હોય અને તેની લંબાઈ 3 એકમ હોવાથી, ત્રીજા શિરોબિંદુના યામ (0, – 3) હોય.

અંતમાં, જે શિરોબિંદુ III ચરણમાં છે તેના યામ (– 5, – 3) હોય.

આમ, આપેલ લંબચોરસનાં શિરોબિંદુઓના યામ (0, 0), (– 5, 0), (– 5, – 3) અને (0, – 3) હોય.

**3.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**4.** આકૃતિમાંથી નીચેના જવાબ આપો :




**(1)** જેની કોટિ **0** છે, તે બિંદુ લખો.

**(2)** જેનો ભુજ **0** છે, તે બિંદુ લખો.

**(3)** જેની કોટિ **–5** છે, તે બિંદુ લખો.

(1) જેની કોટિ ($y$-યામ) 0 હોય તે બિંદુ $x$-અક્ષ પર હોય. અહીં તેવાં ત્રણ બિંદુઓ I(– 2, 0), O(0, 0) અને G(5, 0) છે.

(2) જેનો ભુજ ($x$-યામ) 0 હોય તે બિંદુ $y$-અક્ષ પર હોય. અહીં તેવાં ત્રણ બિંદુઓ A(0, 3), O(0, 0) અને L(0, – 4) છે.

(3) જેની કોટિ ($y$-યામ) – 5 હોય તેવાં બે બિંદુઓ K(– 2, – 5) અને N(3, – 5) છે.

**5.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

# 4 દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણો (LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES)

## સ્વાધ્યાય 4.1

**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 19વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

**1.** સુરેખ સમીકરણ $2x - 5y = 7$ને .....

A. અનન્ય ઉકેલ B. બે ઉકેલ C. અનંત ઉકેલ D. ઉકેલ નથી

જવાબ : C. અનંત ઉકેલ

ઉકેલ : આપેલ સમીકરણને $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$, $\left(0, -\frac{7}{5}\right)$ જેવા અનેક ઉકેલ છે.

**2.** જો $x$, $y$ ..... હોય, તો સમીકરણ $2x + 5y = 7$ને અનન્ય ઉકેલ છે.

A. પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ B. ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ

C. વાસ્તવિક સંખ્યાઓ D. સંમેય સંખ્યાઓ

જવાબ : A. પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ

ઉકેલ : જો $x$ અને $y$ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ હોય, તો સમીકરણ $2x + 5y = 7$ને $x = 1$, $y = 1$ એવો એકમાત્ર ઉકેલ છે, પરંતુ જો $x$ અને $y$ ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ, વાસ્તવિક સંખ્યાઓ અથવા સંમેય સંખ્યાઓ હોય, તો $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{6}{5}$ જેવા અનંત ઉકેલ મળે.

**3.** જો (2, 0) સુરેખ સમીકરણ $2x + 3y = k$નો એક ઉકેલ હોય, તો $k$ની કિંમત ..... છે.

A. 4 B. 6 C. 5 D. 2

જવાબ : A. 4

ઉકેલ : $2x + 3y = k$માં $x = 2$, $y = 0$ મૂકતાં,

$2(2) + 3(0) = k$, એટલે કે $k = 4$ થાય.

**4.** દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ $2x + 0y + 9 = 0$ના કોઈ પણ ઉકેલનું સ્વરૂપ ..... છે.

A. $\left(-\frac{9}{2}, m\right)$ B. $\left(n, -\frac{9}{2}\right)$

C. $\left(0, -\frac{9}{2}\right)$ D. $(-9, 0)$

જવાબ : A. $\left(-\frac{9}{2}, m\right)$

ઉકેલ : $y$ની કોઈ પણ વાસ્તવિક કિંમત ($m$) માટે, $x = -\frac{9}{2}$ એ સમીકરણ $2x + 0y + 9 = 0$નું સમાધાન કરે છે. માટે આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ $\left(-\frac{9}{2}, m\right)$ છે. જ્યાં, $m$ કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.

**5.** સુરેખ સમીકરણ $2x + 3y = 6$નો આલેખ $y$-અક્ષને ..... બિંદુમાં છેદે છે.

A. (2, 0) B. (0, 3) C. (3, 0) D. (0, 2)

જવાબ : D. (0, 2)

ઉકેલ : $x = 0$ લેતાં સમીકરણ $2x + 3y = 6$ માટે $y = 2$ મળે. આથી આપેલ સમીકરણનો આલેખ $y$-અક્ષને (0, 2)માં છેદે.

**6.** સમીકરણ $x = 7$ને દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ સ્વરૂપમાં ..... લખાય.

A. $1 \cdot x + 1 \cdot y = 7$ B. $1 \cdot x + 0 \cdot y = 7$

C. $0 \cdot x + 1 \cdot y = 7$ D. $0 \cdot x + 0 \cdot y = 7$

જવાબ : B. $1 \cdot x + 0 \cdot y = 7$

ઉકેલ : $1 \cdot x + 0 \cdot y = 7$ એટલે $x = 7$ થાય.

**7.** $x$-અક્ષ પરના કોઈ પણ બિંદુનું સ્વરૂપ ..... છે.

A. $(x, y)$ B. $(0, y)$ C. $(x, 0)$ D. $(x, x)$

જવાબ : C. $(x, 0)$

ઉકેલ : $x$-અક્ષ પરના કોઈ પણ બિંદુનો $y$-યામ 0 હોય અને $x$-યામ કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા હોય.

**8.** રેખા $y = x$ પરના કોઈ પણ બિંદુનું સ્વરૂપ ..... છે.

A. $(a, a)$ B. $(0, a)$ C. $(a, 0)$ D. $(a, -a)$

જવાબ : A. $(a, a)$

ઉકેલ : $y = x$ના ઉકેલમાં $x$-યામ અને $y$-યામ સમાન હોય. $(a, a)$ સિવાયના કોઈ પણ ઉકેલમાં તેઓ સમાન નથી.

**9.** $x$-અક્ષનું સમીકરણ ..... છે.

A. $x = 0$ B. $y = 0$ C. $x + y = 0$ D. $x = y$

જવાબ : B. $y = 0$

ઉકેલ : $x$-અક્ષ પરના દરેક બિંદુનો $y$-યામ શૂન્ય હોવાથી $x$-અક્ષનું સમીકરણ $y = 0$ છે.

**10.** $y = 6$ રેખાનો આલેખ .....

A. ઉગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે $x$-અક્ષને સમાંતર છે.

B. ઉગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે $y$-અક્ષને સમાંતર છે.

C. ઉગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે $x$-અક્ષને છેદે.

D. ઉગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે બંને અક્ષને છેદે.

**જવાબ :** A. ઉગમબિંદુથી 6 એકમ અંતરે $x$-અક્ષને સમાંતર છે.

**ઉકેલ :** $y = k$નો આલેખ ઉગમબિંદુથી $k$ અંતરે $x$-અક્ષને સમાંતર રેખા છે. જો $k > 0$ હોય, તો તે રેખા $x$-અક્ષની ઉપરની તરફ હોય અને જો $k < 0$ હોય, તો તે રેખા $x$-અક્ષની નીચેની તરફ હોય.

**11.** કયા સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ $x = 5;\ y = 2$ છે?

A. $x + 2y = 7$ B. $5x + 2y = 7$

C. $x + y = 7$ D. $5x + y = 7$

**જવાબ :** C. $x + y = 7$

**ઉકેલ :** $x = 5$ અને $y = 2$ હોય, તો $x + 2y = 9$, $5x + 2y = 29$, $x + y = 7$ અને $5x + y = 27$ થાય, માટે $x = 5$, $y = 2$ એ $x + y = 7$નો જ ઉકેલ છે.

**12.** જે સુરેખ સમીકરણના ઉકેલો $(-2,\ 2)$, $(0,\ 0)$ અને $(2,\ -2)$ હોય, તેનું સ્વરૂપ ..... .

A. $y - x = 0$ B. $x + y = 0$

C. $-2x + y = 0$ D. $-x + 2y = 0$

**જવાબ :** B. $x + y = 0$

**ઉકેલ :** $(0,\ 0)$ એ ચારેય સમીકરણનો ઉકેલ છે, પરંતુ $(-2,\ 2)$, $(0,\ 0)$ અને $(2,\ -2)$ ત્રણેય ઉકેલ હોય તેવું સમીકરણ $x + y = 0$ જ છે.

**13.** સમીકરણ $ax + by + c = 0$ના ધન ઉકેલો હંમેશાં ..... માં રહેલા છે.

A. પ્રથમ ચરણ B. બીજા ચરણ

C. ત્રીજા ચરણ D. ચોથા ચરણ

**જવાબ :** A. પ્રથમ ચરણ

**ઉકેલ :** કારણ કે, પ્રથમ ચરણમાં આવેલ બિંદુના યામ $(+,\ +)$ સ્વરૂપના હોય છે. જ્યારે બીજા, ત્રીજા અને ચોથા ચરણમાં આવેલ બિંદુનો ઓછામાં ઓછો એક યામ ઋણ હોય છે.

**14.** સુરેખ સમીકરણ $2x + 3y = 6$નો આલેખ $x$-અક્ષને ..... બિંદુએ છેદે છે.

A. $(0,\ 2)$ B. $(2,\ 0)$ C. $(3,\ 0)$ D. $(0,\ 3)$

**જવાબ :** C. $(3,\ 0)$

**ઉકેલ :** $2x + 3y = 6$માં $y = 0$ લેતાં $x = 3$ મળે. આથી, $2x + 3y = 6$નો આલેખ $x$-અક્ષને બિંદુ $(3,\ 0)$માં છેદે છે.

**15.** સુરેખ સમીકરણ $y = x$નો આલેખ ..... બિંદુમાંથી પસાર થાય છે.

A. $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ B. $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ C. $(1,\ 1)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

**જવાબ :** C. $(1,\ 1)$

**ઉકેલ :** આપેલ વિકલ્પો પૈકી ફક્ત C. $(1,\ 1)$માં $x$-યામ અને $y$-યામ સમાન હોવાથી $y = x$નો આલેખ $(1,\ 1)$માંથી પસાર થાય.

**16.** જો આપણે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણની બંને બાજુને શૂન્યેતર સંખ્યા વડે ગુણીએ અથવા ભાગીએ તો સુરેખ સમીકરણના ઉકેલ ..... .

A. બદલાય

B. બદલાય નહિ

C. માત્ર ગુણાકારની સ્થિતિમાં બદલાશે

D. માત્ર ભાગાકારની સ્થિતિમાં બદલાશે

**જવાબ :** B. બદલાય નહિ

**ઉકેલ :** દા. ત., સમીકરણો $x + y = 6$, $2x + 2y = 12$ અને $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$ના ઉકેલ એકસમાન જ હોય.

**17.** $x = 1$ અને $y = 2$ એ $x$ અને $y$ ચલવાળા ..... સુરેખ સમીકરણનું સમાધાન કરે છે.

A. માત્ર એક B. બે C. અનંત D. ત્રણ

**જવાબ :** C. અનંત

**ઉકેલ :** $x = 1$ અને $y = 2$ એ $x + y = 3$, $2x + y = 4$, $x + 2y = 5$, $x - y = -1$, $2x - y = 0$ જેવા અનેક સમીકરણનું સમાધાન કરે છે. બીજી રીતે એક બિંદુમાંથી અનેક રેખાઓ પસાર થાય છે.

**18.** $(a,\ a)$ સ્વરૂપનું બિંદુ હંમેશાં ..... પર છે.

A. $x$-અક્ષ B. $y$-અક્ષ

C. $y = x$ રેખા D. $x + y = 0$ રેખા

**જવાબ :** C. $y = x$ રેખા

**ઉકેલ :** $x$-અક્ષ પરના બિંદુનો $y$-યામ 0 હોય, $y$-અક્ષ પરના બિંદુનો $x$-યામ 0 હોય. $(a,\ a)$ એ $x + y = a + a = 2a$ આપતું હોવાથી $x + y = 0$ રેખા પર ન હોય. $(a,\ a)$ એ $y = x$ રેખાનું હંમેશાં સમાધાન કરે છે.

**19.** $(a,\ -a)$ સ્વરૂપનું બિંદુ હંમેશાં ..... પર છે.

A. $x = a$ B. $y = -a$

C. $y = x$ D. $x + y = 0$

**જવાબ :** D. $x + y = 0$

**ઉકેલ :** $(a,\ -a)$ બિંદુ આપેલ સમીકરણો પૈકી ફક્ત $x + y = 0$નું સમાધાન કરે છે.

## સ્વાધ્યાય 4.2

**નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો :**

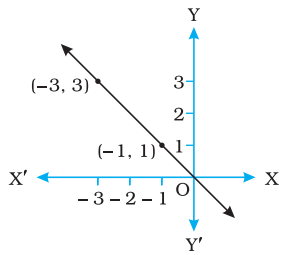
**1.** સુરેખ સમીકરણ $3x + 4y = 12$ના આલેખ પર બિંદુ $(0, 3)$ આવેલું છે.

**જવાબ :** **ખરું,** કારણ કે $(0, 3)$ દ્વારા સમીકરણ $3x + 4y = 12$નું સમાધાન થાય છે.

**2.** સુરેખ સમીકરણ $x + 2y = 7$નો આલેખ બિંદુ $(0, 7)$માંથી પસાર થાય છે.

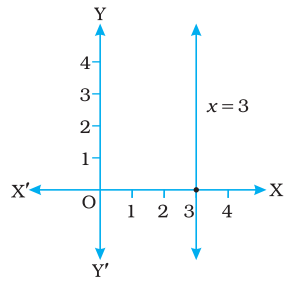
**જવાબ :** **ખોટું,** કારણ કે $(0, 7)$ દ્વારા સમીકરણ $x + 2y = 7$નું સમાધાન થતું નથી.

**3.** સુરેખ સમીકરણ $x + y = 0$નો આલેખ નીચે પ્રમાણે દર્શાવેલ છે.




**જવાબ :** **ખરું,** કારણ કે રેખા પરનાં ત્રણ બિંદુઓ $(-3, 3)$, $(-1, 1)$ અને $(0, 0)$ સમીકરણ $x + y = 0$નું સમાધાન કરે છે.

**4.** નીચે દર્શાવેલ આલેખ સુરેખ સમીકરણ $x = 3$નો આલેખ છે.




**જવાબ :** **ખરું,** કારણ કે આપેલ રેખા પરના દરેક બિંદુનો $x$-યામ 3 છે, એટલે કે રેખા પરનું દરેક બિંદુ સમીકરણ $x = 3$નું સમાધાન કરે છે.

**5.** કોષ્ટકમાં બિંદુઓના યામ આપેલા છે :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 2 | 3 | 4 | $-5$ | 6 |

સમીકરણ $x - y + 2 = 0$ના કેટલાક ઉકેલો છે.

**જવાબ :** **ખોટું,** કારણ કે બિંદુ $(3, -5)$ એ સમીકરણ $x - y + 2 = 0$નું સમાધાન કરતું નથી.

**6.** દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણના આલેખ પરનાં બધાં બિંદુઓ સુરેખ સમીકરણના ઉકેલ નથી.

**જવાબ :** **ખોટું,** કારણ કે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણના આલેખ પરનાં બધાં બિંદુઓ સમીકરણના ઉકેલ છે અને સમીકરણના બધા જ ઉકેલ સમીકરણના આલેખ પર આવેલ છે.

**7.** દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનો આલેખ રેખા હોય તે આવશ્યક નથી.

**જવાબ :** **ખોટું,** કારણ કે દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણનો આલેખ હંમેશાં રેખા જ હોય છે.

## સ્વાધ્યાય 4.3

**1. થી 4.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**5. સુરેખ સમીકરણના આલેખના દરેક બિંદુનો ભુજ તેની કોટિ કરતાં 3 ગણો હોય, તેવું સુરેખ સમીકરણ લખો.**

માગેલ સમીકરણમાં ભુજ એ કોટિ કરતાં ત્રણ ગણો છે, એટલે કે ભુજ $= 3 \times$ કોટિ અથવા $x = 3y$. આમ, $\boldsymbol{x = 3y}$ **અથવા** $\boldsymbol{x - 3y = 0}$ એ માગેલ સમીકરણ છે.

**6. જો $3y = ax + 7$ના આલેખ પર બિંદુ $(3, 4)$ હોય, તો $a$ની કિંમત શોધો.**

બિંદુ $(3, 4)$ એ સમીકરણ $3y = ax + 7$ના આલેખ પરનું બિંદુ છે. આથી $x = 3$ અને $y = 4$ એ આપેલ સમીકરણનું સમાધાન કરે.

$\therefore 3(4) = a(3) + 7$

$\therefore 12 = 3a + 7$

$\therefore 5 = 3a$

$\therefore \boldsymbol{a = \frac{5}{3}}$

**7. સમીકરણ $2x + 1 = x - 3$ના કેટલા ઉકેલો,**

**( 1 ) સંખ્યારેખા પર હોય? ( 2 ) કાર્તેઝિય સમતલ પર હોય?**

$2x + 1 = x - 3$

$\therefore 2x - x = -3 - 1$

$\therefore x = -4$

( 1 ) સંખ્યારેખા પર $x = -4$ દર્શાવતું **એક અને માત્ર એક જ** બિંદુ હોય.

( 2 ) કાર્તેઝિય સમતલમાં $x = -4$ નું સમાધાન કરતાં **અનેક બિંદુઓ** હોય. દ્વિચલ સુરેખ સમીકરણ $x + 0y = -4$ ના આલેખ પરનું દરેક બિંદુ આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ હોય.

**8. સુરેખ સમીકરણ $x + 2y = 8$નો ઉકેલ ( 1 ) $x$-અક્ષ પર હોય ( 2 ) $y$-અક્ષ પર હોય તેવા ઉકેલ શોધો.**

( 1 ) સુરેખ સમીકરણ $x + 2y = 8$માં $y = 0$ લેતાં $x = 8$ મળે. આથી સમીકરણ $x + 2y = 8$નો ઉકેલ **(8, 0)** એ $x$-અક્ષ પર હોય.

( 2 ) સુરેખ સમીકરણ $x + 2y = 8$માં $x = 0$ લેતાં $y = 4$ મળે. આથી સમીકરણ $x + 2y = 8$નો ઉકેલ **(0, 4)** એ $y$-અક્ષ પર હોય.

**9. સુરેખ સમીકરણ $2x + cy = 8$માં $c$ની કઈ કિંમત માટે $x$ અને $y$નો ઉકેલ સમાન મળે?**

સુરેખ સમીકરણ $2x + cy = 8$માં $y = x$ લેતાં,

$2x + c \cdot x = 8$

$\therefore c \cdot x = 8 - 2x$

$\therefore c = \frac{8-2x}{x}$; જ્યાં, $x \neq 0$

આમ, $\boldsymbol{c = \frac{8-2x}{x}}$; જ્યાં, $\boldsymbol{x \neq 0}$ માટે

સુરેખ સમીકરણ $2x + cy = 8$ માટે $x$ અને $y$નો ઉકેલ સમાન મળે.

**10. ધારો કે, $x$ એ $y$ના સમપ્રમાણમાં છે. જ્યારે $y = 12$ ત્યારે $x = 4$, તો સુરેખ સમીકરણ લખો. જ્યારે $x = 5$ ત્યારે $y$ની કિંમત શું હશે?**

$x$ એ $y$ ના સમપ્રમાણમાં છે.

$\therefore x = k \cdot y$; જ્યાં, $k \neq 0$

હવે, $y = 12$ અને $x = 4$ લેતાં,

$4 = k \times 12$

$\therefore k = \frac{1}{3}$

$\therefore \boldsymbol{x = \frac{1}{3}y}$

હવે, $x = 5$ લેતાં,

$5 = \frac{1}{3}y$

$\therefore y = 5 \times 3$

$\therefore \boldsymbol{y = 15}$

## સ્વાધ્યાય 4.4

**1. થી 3.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**4. અહીં ફેરનહીટનું સેલ્સિયસમાં રૂપાંતર કરતું સુરેખ સમીકરણ આપેલ છે.**

$\mathbf{C = \frac{5F-160}{9}}$

**( 1 ) જો તાપમાન 86 °F હોય, તો સેલ્સિયસમાં શું તાપમાન થાય?**

**( 2 ) જો તાપમાન 35 °C હોય, તો ફેરનહીટમાં શું તાપમાન થાય?**

**( 3 ) જો તાપમાન 0 °C હોય, તો ફેરનહીટમાં શું તાપમાન હોય અને જો તાપમાન 0 °F હોય, તો સેલ્સિયસમાં તાપમાન કેટલું હોય?**

**( 4 ) ફેરનહીટ અને સેલ્સિયસમાં સંખ્યાત્મક રીતે સમાન હોય, તેવું તાપમાન મળે? જો હા, તો કયું તાપમાન મળે?**

**નોંધ :** ઉપરોક્ત પ્રશ્નમાં આલેખ દોરીને ઉકેલ મેળવવાની સૂચના ન હોવાથી આપણે બીજગણિતની મદદથી ઉકેલ મેળવીશું.

( 1 ) $C = \frac{5F-160}{9}$ માં $F = 86$ લેતાં,

$C = \frac{5(86)-160}{9}$

$\therefore C = \frac{430-160}{9}$

$\therefore C = \frac{270}{9}$

$\therefore C = 30$

આમ, $F = 86°$ હોય, તો $\mathbf{C = 30°}$ થાય.

( 2 ) $C = \frac{5F-160}{9}$ માં $C = 35$ લેતાં,

$35 = \frac{5F-160}{9}$

$\therefore 35 \times 9 = 5F - 160$

$\therefore 315 + 160 = 5F$

$\therefore 5F = 475$

$\therefore F = 95$

આમ, $C = 35°$ હોય, તો $\mathbf{F = 95°}$ થાય.

( 3 ) $C = \frac{5F-160}{9}$ માં $C = 0$ લેતાં,

$0 = \frac{5F-160}{9}$

$\therefore 0 = 5F - 160$

$\therefore 160 = 5F$

$\therefore F = 32$

આમ, $C = 0°$ હોય, તો $\mathbf{F = 32°}$ થાય.

$C = \frac{5F-160}{9}$ માં $F = 0$ લેતાં,

$C = \frac{5\times0-160}{9}$

$\therefore C = -\frac{160}{9}$

આમ, $F = 0°$ હોય, તો $\mathbf{C = -\frac{160}{9}^{\circ}}$ થાય.

( 4 ) $C = \frac{5F - 160}{9}$ માં $C = F$ લેતાં,

$F = \frac{5F - 160}{9}$

$\therefore 9F = 5F - 160$

$\therefore 4F = -160$

$\therefore F = -40$

આમ, **– 40°** તાપમાને ફેરનહીટ અને સેલ્સિયસમાં તાપમાન સંખ્યાત્મક રીતે સમાન હોય.

**5. જો પ્રવાહીના તાપમાનનું માપન કેલ્વિન એકમ $x$ K અથવા ફેરનહીટ એકમ $y$ °Fના માપનમાં માપી શકાય છે. બે સ્કેલના માપના તાપમાનનું સંબંધ ઘરાવતું સુરેખ સમીકરણ નીચે પ્રમાણે આપેલ છે :**

**$y = \frac{9}{5}(x - 273) + 32$**

**( 1 ) જો પ્રવાહીનું તાપમાન 313 K હોય, તો ફેરનહીટમાં શું તાપમાન થાય ?**

**( 2 ) જો પ્રવાહીનું તાપમાન 158 °F તો કેલ્વિનમાં શું તાપમાન થાય ?**

( 1 ) $y = \frac{9}{5}(x - 273) + 32$માં $x = 313$ લેતાં,

$y = \frac{9}{5}(313 - 273) + 32$

$\therefore y = \frac{9}{5} \times 40 + 32$

$\therefore y = 72 + 32$

$\therefore y = 104$

આમ, જો પ્રવાહીનું તાપમાન 313 K હોય, તો ફેરનહીટમાં તે તાપમાન **104 °F** હોય.

( 2 ) $y = \frac{9}{5}(x - 273) + 32$માં $y = 158$ લેતાં,

$158 = \frac{9}{5}(x - 273) + 32$

$\therefore 158 - 32 = \frac{9}{5}(x - 273)$

$\therefore 126 = \frac{9}{5}(x - 273)$

$\therefore 126 \times \frac{5}{9} = x - 273$

$\therefore 70 = x - 273$

$\therefore x = 343$

આમ, જો પ્રવાહીનું તાપમાન 158 °F હોય, તો કેલ્વિનમાં તે તાપમાન **343 K** હોય.

**6.** ૨૬ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

# 5 યુક્લિડની ભૂમિતિનો પરિચય (INTRODUCTION TO EUCLID'S GEOMETRY)

## સ્વાધ્યાય 5.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 22વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

**1.** ઘન પદાર્થથી બિંદુઓ સુધીનાં ત્રણ ચરણ ..... છે.

A. ઘન પદાર્થ – સમતલ – રેખાઓ – બિંદુઓ

B. ઘન પદાર્થ – રેખાઓ – સમતલ – બિંદુઓ

C. રેખાઓ – બિંદુઓ – સમતલ – ઘન પદાર્થ

D. રેખાઓ – સમતલ – બિંદુઓ – ઘન પદાર્થ

જવાબ : A. ઘન પદાર્થ – સમતલ – રેખાઓ – બિંદુઓ

**2.** ઘન પદાર્થનું પરિમાણ ..... હોય છે.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

જવાબ : C. 3

**3.** સમતલનું પરિમાણ ..... હોય છે.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

જવાબ : B. 2

**4.** બિંદુનું પરિમાણ ..... હોય છે.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

જવાબ : A. 0

**5.** યુક્લિડે તેના પ્રસિદ્ધ ગ્રંથ 'Elements'નું .....માં વિભાજન કર્યું.

A. 13 પ્રકરણ B. 12 પ્રકરણ

C. 11 પ્રકરણ D. 9 પ્રકરણ

જવાબ : A. 13 પ્રકરણ

**6.** 'Elements'માં અનુમાનિત સાધ્યની કુલ સંખ્યા ..... છે.

A. 465 B. 460 C. 13 D. 55

જવાબ : A. 465

**7.** ઘન પદાર્થની સીમાઓને ..... કહે છે.

A. પૃષ્ઠ B. વક્ર C. રેખા D. બિંદુ

જવાબ : A. પૃષ્ઠ

**8.** પૃષ્ઠની સીમાને ..... કહે છે.

A. પૃષ્ઠ B. વક્ર C. રેખા D. બિંદુ

જવાબ : B. વક્ર

**9.** સિંધુખીણની સંસ્કૃતિમાં (અંદાજે ઈ. સ. પૂર્વે 3000) બાંધકામમાં ઉપયોગમાં લેવાતી ઈંટોનાં પરિમાણનો ગુણોત્તર ..... હતો.

A. 1 : 3 : 4 B. 4 : 2 : 1 C. 4 : 4 : 1 D. 4 : 3 : 2

જવાબ : B. 4 : 2 : 1

**10.** જેનો પાયો ..... એવી એક ઘન આકૃતિ પેન્સિલ છે.

A. માત્ર ત્રિકોણ B. માત્ર ચોરસ

C. માત્ર લંબચોરસ D. કોઈ પણ બહુકોણ

જવાબ : D. કોઈ પણ બહુકોણ

**11.** પિરામિડની બાજુની સપાટીઓ ..... હોય છે.

A. ત્રિકોણ B. ચોરસ C. બહુકોણ D. સમલંબ

જવાબ : A. ત્રિકોણ

**12.** આપણે જાણીએ છીએ કે જો $x + y = 10$ હોય, તો $x + y + z = 10 + z$ થાય. યુક્લિડનું ..... સ્વયંસિદ્ધ સત્ય આ વિધાનને દર્શાવે છે.

A. પ્રથમ B. દ્વિતીય C. તૃતીય D. ચતુર્થ

જવાબ : B. દ્વિતીય

**13.** પ્રાચીન ભારતમાં ગૃહસ્થ કર્મકાંડ માટે વપરાતી વેદીનો આકાર ..... હતો.

A. ચોરસ અને વર્તુળાકાર B. ત્રિકોણ અને લંબચોરસ

C. સમલંબ અને પિરામિડ D. લંબચોરસ અને ચોરસ

જવાબ : A. ચોરસ અને વર્તુળાકાર

**14.** શ્રીયંત્ર (અથર્વવેદમાં આપેલ) એ અંદરોઅંદર ગૂંથાયેલા ..... સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણોનું સંયોજન છે.

A. સાત B. આઠ C. નવ D. અગિયાર

જવાબ : C. નવ

**15.** ગ્રીસવાસીઓની રુચિ .....માં હતી.

A. તાર્કિક તર્ક B. અનુમાનિત તર્ક

C. A અને B બંને D. ભૂમિતિના વ્યાવહારિક ઉપયોગ

જવાબ : B. અનુમાનિત તર્ક

**16.** પ્રાચીન ભારતમાં લંબચોરસ, ત્રિકોણ અને સમલંબના સંયોજનથી બનાવવામાં આવેલ વેદી ..... માટે વપરાતી હતી.

A. જાહેર પૂજા

B. ગૃહસ્થ કર્મકાંડ

C. A અને B બંને

D. A, B અને Cમાંથી એક પણ નહિ

જવાબ : A. જાહેર પૂજા

**17.** યુક્લિડ ..... દેશના હતા.

A. બેબીલોનિયા B. ઈજિપ્ત C. ગ્રીસ D. ભારત

જવાબ : C. ગ્રીસ

**18.** થેલ્સ ..... દેશના હતા.
A. બેબીલોનિયા B. ઈજિપ્ત C. ગ્રીસ D. રોમ
જવાબ : C. ગ્રીસ

**19.** પાયથાગોરસ, .....ના વિદ્યાર્થી હતા.
A. થેલ્સ B. યુક્લિડ C. A અને B બંને D. આર્કિમીડીઝ
જવાબ : A. થેલ્સ

**20.** નીચેનામાંથી .....ને સાબિતીની જરૂર છે.
A. પ્રમેય B. સ્વયંસિદ્ધ સત્ય C. વ્યાખ્યા D. પૂર્વધારણા
જવાબ : A. પ્રમેય

**21.** યુક્લિડ ..... સ્વરૂપમાં કહ્યું કે બધા કાટખૂણા એકબીજાને સમાન હોય છે.
A. સ્વયંસિદ્ધ સત્ય B. વ્યાખ્યા C. પૂર્વધારણા D. સાબિતી
જવાબ : C. પૂર્વધારણા

**22.** 'છેદતી ન હોય તેવી રેખાઓ સમાંતર હોય છે.' આ વિધાન ..... સ્વરૂપમાં છે.
A. સ્વયંસિદ્ધ સત્ય B. વ્યાખ્યા C. પૂર્વધારણા D. સાબિતી
જવાબ : B. વ્યાખ્યા

## સ્વાધ્યાય 5.2

**નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.**

**1.** યુક્લિડીય ભૂમિતિ માત્ર વક્રસપાટી માટે જ માન્ય છે.
જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે યુક્લિડીય ભૂમિતિ માત્ર એક જ સમતલમાં બનતી (સમતલીય) આકૃતિઓ માટે જ માન્ય છે.

**2.** ઘન પદાર્થની સીમાઓ વક્ર હોય છે.
જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે ઘન પદાર્થની સીમાઓ પૃષ્ઠ હોય છે.

**3.** પૃષ્ઠની સીમાઓ વક્ર હોય છે.
જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે પૃષ્ઠની સીમાઓ રેખાઓ હોય છે.

**4.** સરખી વસ્તુઓના બમણા એકબીજાને સમાન હોય છે.
જવાબ : **ખરું,** કારણ કે આ યુક્લિડનું સ્વયંસિદ્ધ સત્ય (ક્રમ 6) છે.

**5.** જો કોઈ રાશિ B કોઈ અન્ય રાશિ Aનો એક ભાગ હોય, તો રાશિ Aને રાશિ B અને એક અન્ય રાશિ Cના સરવાળાના રૂપમાં લઈ શકાય છે.
જવાબ : **ખરું,** કારણ કે આ યુક્લિડના એક સ્વયંસિદ્ધ સત્યને અનુસરે છે.

**6.** સાબિત કરી શકાય તેવા વિધાનને પૂર્વધારણા કહે છે.
જવાબ : **ખોટું,** કારણ કે સાબિત કરી શકાય તેવા વિધાનને પ્રમેય કહે છે. પૂર્વધારણાને કોઈ સાબિતીની જરૂર નથી.

**7.** ''દરેક રેખા $l$ અને તેના પર ન હોય તેવા પ્રત્યેક બિંદુ P માટે એક અનન્ય રેખા $m$ એવી હોય છે કે જે Pમાંથી પસાર થાય છે અને $l$ને સમાંતર છે.'' આ વિધાન પ્લેફેરની પૂર્વધારણા તરીકે જાણીતું છે.
જવાબ : **ખરું,** કારણ કે આ વિધાન પ્લેફેર દ્વારા અપાયેલ યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણા સમકક્ષ વિધાન છે.

**8.** બે છેદતી ભિન્ન રેખાઓ એક જ રેખાને સમાંતર ન હોઈ શકે.
જવાબ : **ખરું,** કારણ કે આ યુક્લિડની પૂર્વધારણા 5ને સમકક્ષ વિધાનો પૈકી એક વિધાન છે.

**9.** યુક્લિડની પાંચમી પૂર્વધારણાને અન્ય પૂર્વધારણાઓ અને સ્વયંસિદ્ધ સત્યોની સહાયતાથી સાબિત કરવાના પ્રયત્નોને કારણે અન્ય ભૂમિતિઓની શોધ થઈ.
જવાબ : **ખરું,** કારણ કે આ પ્રયત્નો દ્વારા અયુક્લિડીય ભૂમિતિઓ દા. ત., ગોલીય ભૂમિતિની શોધ થઈ.

## સ્વાધ્યાય 5.3

**યુક્લિડનાં સ્વયંસિદ્ધ સત્યોનો ઉપયોગ કરી નીચે આપેલ પ્રશ્નોના ઉકેલ મેળવો :**

**1. બે સેલ્સમૅનનું ઑગસ્ટ માસનું વેચાણ સમાન હતું. સપ્ટેમ્બર માસમાં પ્રત્યેક સેલ્સમૅને તેમનું વેચાણ તેમના ઑગસ્ટ માસના વેચાણ કરતાં બમણું કર્યું. સપ્ટેમ્બર માસમાં તેમણે કરેલા વેચાણની સરખામણી કરો.**

બંને સેલ્સમૅનના સપ્ટેમ્બર માસના વેચાણ પણ સમાન હશે, કારણ કે, સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 6 મુજબ સમાન વસ્તુઓના (ઑગસ્ટ માસના વેચાણ) બમણા એકબીજાને સમાન હોય. અહીં સપ્ટેમ્બર માસના વેચાણ ઑગસ્ટ માસના સમાન વેચાણથી બમણા છે.

**2. જો $x + y = 10$ અને $x = z$ આપેલ હોય, તો સાબિત કરો કે $z + y = 10$.**

$x = z$ (આપેલ છે.)
$\therefore x + y = z + y$ (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 2)
$\therefore 10 = z + y$ ($\because x + y = 10$ આપેલ છે.)
$\therefore z + y = 10$

**3. આકૃતિ જુઓ અને સાબિત કરો કે, AH > AB + BC + CD.**




અહીં, AB + BC + CD = AC + CD (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 4)
= AD (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 4)

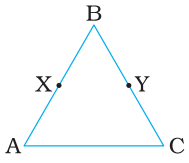
હવે, AH આખું છે અને AD તેનો ભાગ છે.

સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 5 મુજબ આખું તેના ભાગ કરતાં મોટું છે.

$\therefore$ AH > AD

$\therefore$ AH > AB + BC + CD

**4. આકૃતિમાં, AB = BC તથા BX = BY આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે AX = CY.**

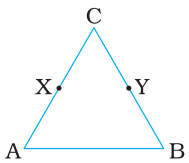



AB = BC અને BX = BY

$\therefore$ AB – BX = BC – BY (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 3)

$\therefore$ AX = CY

**5. આકૃતિમાં, X અને Y અનુક્રમે AC અને BCનાં મધ્યબિંદુઓ છે અને AX = CY, તો સાબિત કરો કે AC = BC.**




X અને Y અનુક્રમે AC અને BCનાં મધ્યબિંદુઓ છે.

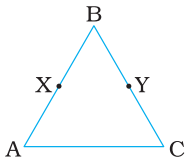
$\therefore$ AC = 2 AX અને BC = 2 CY

હવે, AX = CY (આપેલ છે.)

$\therefore$ 2 AX = 2 CY (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 6)

$\therefore$ AC = BC

**6. આકૃતિમાં, $BX = \frac{1}{2}AB$, $BY = \frac{1}{2}BC$ અને AB = BC આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે BX = BY.**

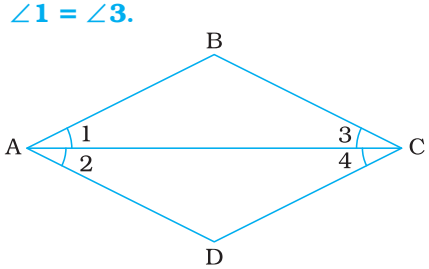



AB = BC (આપેલ છે.)

$\therefore \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC$ (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 7)

$\therefore$ BX = BY ($\because \frac{1}{2}AB = BX$ અને $\frac{1}{2}BC = BY$)

**7. આકૃતિમાં, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $\angle 1 = \angle 3$.**



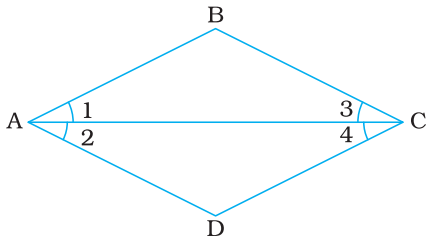

$\angle 1 = \angle 2$ અને $\angle 2 = \angle 3$ આપેલ છે.

$\therefore \angle 2 = \angle 1$ અને $\angle 2 = \angle 3$

અહીં, $\angle 1$ અને $\angle 3$ બંને $\angle 2$ને સમાન છે.

આથી સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 1 મુજબ $\angle 1 = \angle 3$.

**8. આકૃતિમાં, $\angle 1 = \angle 3$ અને $\angle 2 = \angle 4$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $\angle A = \angle C$.**



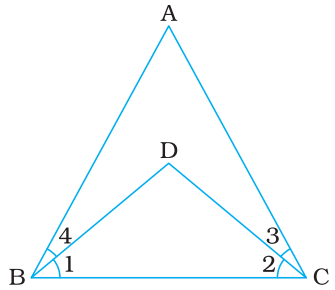

$\angle 1 = \angle 3$ અને $\angle 2 = \angle 4$ આપેલ છે.

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 2)

$\therefore \angle BAD = \angle BCD$ (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 4)

$\therefore \angle A = \angle C$

**9. આકૃતિમાં, $\angle ABC = \angle ACB$ અને $\angle 3 = \angle 4$ આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે $\angle 1 = \angle 2$.**




$\angle ABC = \angle ACB$ અને $\angle 3 = \angle 4$

$\angle ABC = \angle ACB$

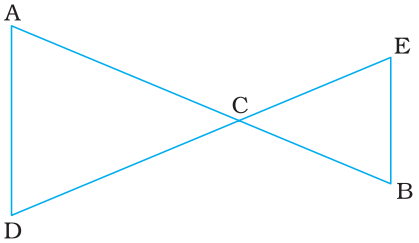
$\therefore \angle 4 + \angle 1 = \angle 3 + \angle 2$ અને $\angle 3 = \angle 4$

$\therefore (\angle 4 + \angle 1) - \angle 4 = (\angle 3 + \angle 2) - \angle 3$

(સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 3)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

**10. આકૃતિમાં, AC = DC, CB = CE આપેલ છે, તો સાબિત કરો કે AB = DE.**

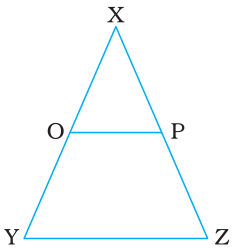



AC = DC અને CB = CE

$\therefore$ AC + CB = DC + CE (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 2)

$\therefore$ AB = DE (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 4)

**11.** આકૃતિમાં, જો **OX = $\frac{1}{2}$ XY, PX = $\frac{1}{2}$ XZ** અને **OX = PX** હોય, તો સાબિત કરો કે **XY = XZ.**



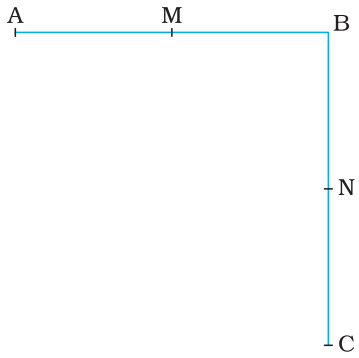

OX = PX

$\therefore \frac{1}{2}$ XY = $\frac{1}{2}$ XZ

$\therefore \frac{1}{2}$ XY × 2 = $\frac{1}{2}$ YZ × 2 (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 6)

$\therefore$ XY = YZ

**12.** આકૃતિમાં,




**( 1 ) જો AB = BC,** બિંદુ **M** એ **AB**નું મધ્યબિંદુ હોય અને બિંદુ **N** એ **BC**નું મધ્યબિંદુ હોય, તો સાબિત કરો કે **AM = NC.**

**( 2 ) જો BM = BN,** તથા બિંદુ **M** એ **AB**નું મધ્યબિંદુ હોય અને બિંદુ **N** એ **BC**નું મધ્યબિંદુ હોય, તો સાબિત કરો કે **AB = BC.**

( 1 ) M એ ABનું મધ્યબિંદુ છે. $\therefore$ AM = $\frac{1}{2}$ AB

N એ BCનું મધ્યબિંદુ છે. $\therefore$ NC = $\frac{1}{2}$ BC

હવે, AB = BC

$\therefore \frac{1}{2}$ × AB = $\frac{1}{2}$ × BC (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 7)

$\therefore$ AM = NC

( 2 ) M એ ABનું મધ્યબિંદુ છે. $\therefore$ 2 BM = AB

N એ BCનું મધ્યબિંદુ છે. $\therefore$ 2 BN = BC

હવે, BM = BN

$\therefore$ 2 × BM = 2 × BN (સ્વયંસિદ્ધ સત્ય 6)

$\therefore$ AB = BC

## સ્વાધ્યાય 5.4

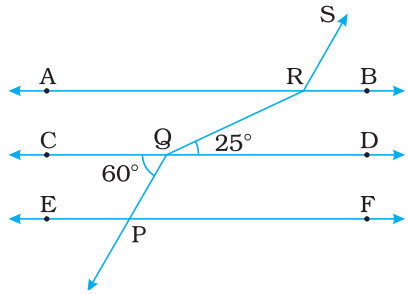
**1.થી 5.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

# 6 રેખાઓ અને ખૂણાઓ
# (LINES AND ANGLES)

## સ્વાધ્યાય 6.1

**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 8વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

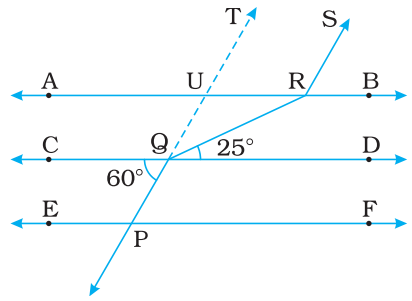
**1.** આકૃતિમાં, જો AB ∥ CD ∥ EF, PQ ∥ RS, ∠RQD = 25° અને ∠CQP = 60° હોય, તો ∠QRS = ..... .




A. 85° B. 135° C. 145° D. 110°

**જવાબ :** C. 145°

**ઉકેલ :** કિરણ QP નું વિરુદ્ધ કિરણ QT દોરો, જે AB ને Uમાં છેદે.




PQ ∥ RS હોવાથી, UT ∥ RS થાય.

∠QRU = ∠RQD = 25° (યુગ્મકોણ) ... ... (1)

∠AUQ = ∠CQP = 60° (અનુકોણ)

∠AUT = 180° – ∠AUQ (રૈખિક જોડના ખૂણા)

= 180° – 60°

= 120°

∠URS = ∠AUT (અનુકોણ)

∴ ∠URS = 120° ... ... (2)

હવે, ∠QRS = ∠QRU + ∠URS

= 25° + 120°

= 145° ((1) અને (2) પરથી)

**2.** જો ત્રિકોણના બે ખૂણાના માપનો સરવાળો તે જ ત્રિકોણના ત્રીજા ખૂણાના માપ બરાબર હોય, તો તે ..... છે.

A. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ B. ગુરુકોણ ત્રિકોણ

C. સમબાજુ ત્રિકોણ D. કાટકોણ ત્રિકોણ

**જવાબ :** D. કાટકોણ ત્રિકોણ

**ઉકેલ :** ધારો કે, ΔABCમાં ∠A = ∠B + ∠C

હવે, ΔABCમાં

∠A + ∠B + ∠C = 180°

∴ ∠A + ∠A = 180°

∴ 2∠A = 180°

∴ ∠A = 90°

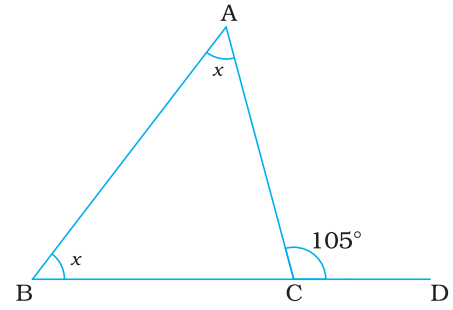
∴ ΔABC કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

**3.** ત્રિકોણના કોઈ એક બહિષ્કોણનું માપ 105° હોય અને તેના અંતઃસંમુખકોણ સમાન હોય, તો પ્રત્યેક અંતઃસંમુખકોણનું માપ ..... છે.

A. $37\frac{1^\circ}{2}$ B. $52\frac{1^\circ}{2}$ C. $72\frac{1^\circ}{2}$ D. 75°

**જવાબ :** B. $52\frac{1^\circ}{2}$

**ઉકેલ :** ΔABCમાં ∠ACD બહિષ્કોણ છે અને તેના અંતઃસંમુખકોણ ∠A અને ∠B સમાન છે.




∠ACD = ∠A + ∠B

∴ 105° = ∠A + ∠A (∵ ∠A = ∠B)

∴ 2∠A = 105°

∴ $\angle A = 52\frac{1^\circ}{2}$

∴ $\angle B = \angle A = 52\frac{1^\circ}{2}$

**4.** ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો ગુણોત્તર 5 : 3 : 7 હોય, તો તે ..... છે.

A. લઘુકોણ ત્રિકોણ B. ગુરુકોણ ત્રિકોણ

C. કાટકોણ ત્રિકોણ D. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

**જવાબ :** A. લઘુકોણ ત્રિકોણ

**ઉકેલ :** ધારો કે, $\Delta ABC$માં $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 3 : 7$

કુલ ગુણોત્તર $= 5 + 3 + 7 = 15$

ત્રિકોણના ખૂણાઓનો સરવાળો $= 180°$

$\therefore \angle A = \frac{5}{15} \times 180° = 60°$

$\angle B = \frac{3}{15} \times 180° = 36°$

$\angle C = \frac{7}{15} \times 180° = 84°$

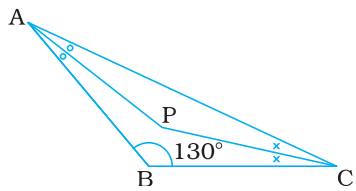
અહીં, ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓ લઘુકોણ હોવાથી ત્રિકોણ લઘુકોણ ત્રિકોણ છે.

**5.** જો ત્રિકોણના એક ખૂણાનું માપ 130° હોય, તો તે જ ત્રિકોણના બાકીના બે ખૂણાઓના દ્વિભાજકથી બનતા ખૂણાનું માપ ..... હશે.

A. 50° B. 65° C. 145° D. 155°

**જવાબ :** D. 155°

**ઉકેલ :** $\Delta ABC$ માં $\angle B = 130°$ અને $\angle A$ તથા $\angle C$ના દ્વિભાજકો P માં છેદે છે.




$\Delta ABC$માં $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\therefore \angle A + 130° + \angle C = 180°$

$\therefore \angle A + \angle C = 50°$

$\therefore \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C = 25°$ ... ... (1)

$\Delta PAC$માં,

$\angle APC + \angle PAC + \angle PCA = 180°$

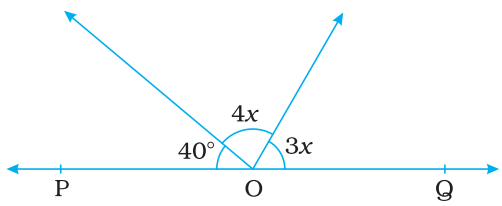
$\therefore \angle APC + \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle C = 180°$

$\therefore \angle APC + 25° = 180°$ ((1) પરથી)

$\therefore \angle APC = 155°$

**6.** આકૃતિમાં, રેખા PQ પર બિંદુ O આવેલું છે. POQ રેખા છે, તો $x$ નું મૂલ્ય ..... છે.

A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°




**જવાબ :** A. 20°

**ઉકેલ :** POQ રેખા હોવાથી $40° + 4x + 3x = 180°$

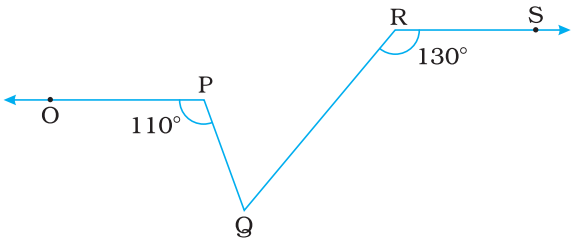
$\therefore 7x = 180° - 40°$

$\therefore 7x = 140°$

$\therefore x = 20°$

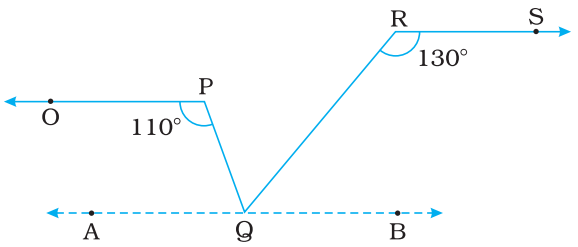
**7.** આકૃતિમાં, જો OP ∥ RS, $\angle OPQ = 110°$ અને $\angle QRS = 130°$, તો $\angle PQR =$ ..... .

A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°




**જવાબ :** C. 60°

**ઉકેલ :**




PO ∥ RS છે.

Qમાંથી POને સમાંતર રેખા AB દોરો.

$\therefore$ RS ∥ AB અને PO ∥ AB થાય.

હવે, $\angle OPQ + \angle PQA = 180°$

$\therefore 110° + \angle PQA = 180°$

$\therefore \angle PQA = 70°$ ... ... (1)

વળી, $\angle SRQ + \angle RQB = 180°$

$\therefore 130° + \angle RQB = 180°$

$\therefore \angle RQB = 50°$ ... ... (2)

હવે, $\angle PQA + \angle PQR + \angle RQB = 180°$

$\therefore 70° + \angle PQR + 50° = 180°$ ((1) અને (2) પરથી)

$\therefore \angle PQR = 180° - 70° - 50°$

$\therefore \angle PQR = 60°$

**8.** જો ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો ગુણોત્તર 2 : 4 : 3 હોય, તો સૌથી નાના ખૂણાનું માપ ..... છે.

A. 60° B. 40° C. 80° D. 20°

**જવાબ :** B. 40°

**ઉકેલ :** ધારો કે, $\Delta ABC$માં $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 4 : 3$

કુલ ગુણોત્તર $= 2 + 4 + 3 = 9$.

ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાનો સરવાળો $= 180°$

$\therefore \angle A = \frac{2}{9} \times 180° = 40°$

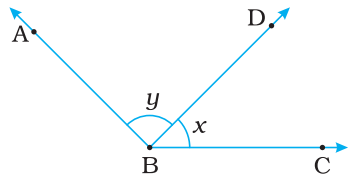
$\angle B = \frac{4}{9} \times 180° = 80°$

$\angle C = \frac{3}{9} \times 180° = 60°$

આમ, ત્રિકોણના સૌથી નાના ખૂણાનું માપ 40° છે.

## સ્વાધ્યાય 6.2

**1. આકૃતિમાં, $x + y$ ના કયા મૂલ્ય માટે ABC રેખા થાય? કારણ સહિત જવાબ આપો.**




**$x + y$ નું મૂલ્ય 180°** હોય, તો જ ABC રેખા થાય. ABC રેખા થવા માટે બે આસન્નકોણ $\angle DBA$ અને $\angle DBC$ રૈખિક જોડના ખૂણા હોય તે આવશ્યક છે. આમ, $x + y = 180°$ થવું આવશ્યક છે.

**2. કોઈ એક ત્રિકોણના પ્રત્યેક ખૂણાનું માપ 60°થી ઓછું હોઈ શકે? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.**

કોઈ પણ ત્રિકોણના પ્રત્યેક ખૂણાનું માપ **60°થી ઓછું ન હોઈ શકે,** કારણ કે જો પ્રત્યેક ખૂણાનું માપ 60°થી ઓછું હોય, તો તેમના માપનો સરવાળો 180°થી ઓછો થાય, પરંતુ કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાના માપનો સરવાળો હંમેશાં 180° જ હોય.

**3. કોઈ એક ત્રિકોણમાં બે ખૂણાઓ ગુરુકોણ હોય તે શક્ય છે? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.**

**ના,** કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખૂણાઓ ગુરુકોણ હોય તે અશક્ય છે, કારણ કે બે ગુરુકોણના માપનો સરવાળો 180°થી વધારે થઈ જાય. દરેક ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° જ હોય અને કોઈ પણ ખૂણાનું માપ ઋણ ન હોઈ શકે.

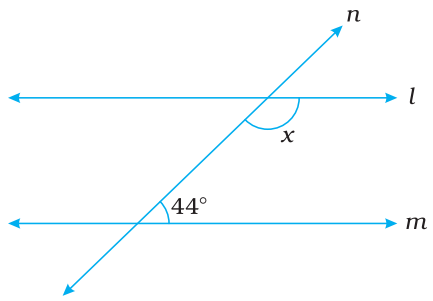
**4. જેના ખૂણાનાં માપ અનુક્રમે 45°, 64° અને 72° હોય તેવા કેટલા ત્રિકોણો દોરી શકાય? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

$45° + 64° + 72° = 181°$. $181° > 180°$ આથી જેના ખૂણાનાં માપ અનુક્રમે 45°, 64° અને 72° હોય તેવો **એક પણ ત્રિકોણ દોરી શકાય નહીં.**

**5. જેના ખૂણાનાં માપ અનુક્રમે 53°, 64° અને 63° હોય તેવા કેટલા ત્રિકોણો દોરી શકાય? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

$53° + 64° + 63° = 180°$. આથી, જેના ખૂણાનાં માપ અનુક્રમે 53°, 64° અને 63° હોય તેવા **અસંખ્ય ત્રિકોણો દોરી શકાય.** તેવા ત્રિકોણોમાં બાજુઓનાં માપ અલગ લઈ શકાય.

**6. આકૃતિમાં રેખાઓ $l$ અને $m$ પરસ્પર સમાંતર હોય, તો $x$નું મૂલ્ય શોધો.**




$l \parallel m$ અને $n$ છેદિકા હોવાથી

$x + 44° = 180°$ (છેદિકાની એક જ બાજુના અંત:કોણ)

$\therefore x = 180° - 44°$

$\therefore$ **$x = 136°$**

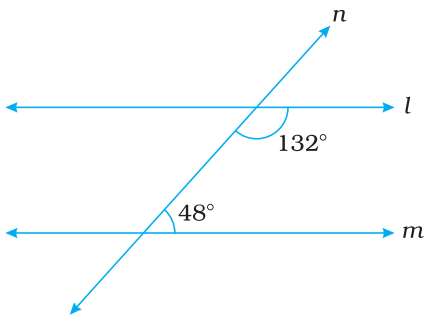
**7. જો બે આસન્નકોણનાં માપ સમાન હોય, તો તે બંને ખૂણા કાટકોણ જ હોય તે જરૂરી છે? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

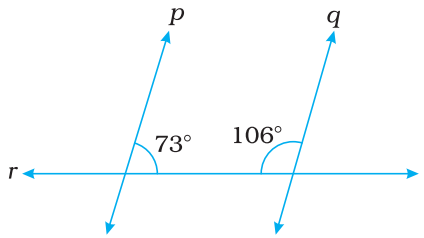
**ના.** સમાન માપના કોઈ પણ બે ખૂણા આસન્નકોણ હોય, તો તે કાટખૂણા જ હોય તે આવશ્યક નથી. પરંતુ, રૈખિક જોડના બે ખૂણા સમાન માપના હોય, તો તે બંને કાટખૂણા જ હોય કારણ કે તેઓના માપનો સરવાળો 180° થાય.

**8. પરસ્પર છેદતી બે રેખાઓથી બનતા ખૂણાઓ પૈકી કોઈ એક ખૂણો કાટકોણ છે, તો અન્ય ખૂણાના માપ વિશે શું કહી શકાય? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

પરસ્પર છેદતી બે રેખાઓથી બનતા ખૂણાઓ પૈકી કોઈ એક ખૂણો કાટકોણ હોય, તો **અન્ય ખૂણા પણ કાટકોણ** જ હોય, એટલે કે દરેકનું માપ 90° હોય. રૈખિક ખૂણાનું જોડના માપ તથા અભિકોણના માપ અંગેના પ્રમેયો દ્વારા ઉપરોક્ત પરિણામ સરળતાથી મળે.

**9. આકૃતિમાં કઈ બે રેખાઓ સમાંતર છે અને કેમ?**






પ્રથમ આકૃતિમાં રેખાઓ $l$ અને $m$ની છેદિકા $n$ છે.

$132° + 48° = 180°$ હોવાથી $\boldsymbol{l \parallel m}$ છે.

દ્વિતીય આકૃતિમાં રેખાઓ $p$ અને $q$ની છેદિકા $r$ છે.

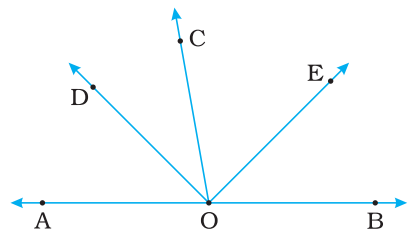
$73° + 106° = 179° \neq 180°$. આથી અહીં $\boldsymbol{p}$ અને $\boldsymbol{q}$ સમાંતર નથી. $(\boldsymbol{p \nparallel q})$

**10. બે ભિન્ન રેખાઓ $l$ અને $m$ કોઈ એક રેખા $n$ને લંબ છે. શું $l$ અને $m$ પણ પરસ્પર લંબ છે? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.**

**ના.** $l$ અને $m$ પરસ્પર લંબ નથી. અહીં, $l$ અને $m$ બંને એક જ રેખા $n$ને લંબ છે તથા $l$ અને $m$ ભિન્ન રેખાઓ છે. તેથી $\boldsymbol{l}$ અને $\boldsymbol{m}$ સમાંતર રેખાઓ છે. $(\boldsymbol{l \parallel m})$

## સ્વાધ્યાય 6.3

**1. આકૃતિમાં OD અને OE અનુક્રમે $\angle$AOC અને $\angle$BOCના દ્વિભાજક છે અને OD $\perp$ OE, તો સાબિત કરો કે બિંદુઓ A, O અને B સમરેખ છે.**




OD એ $\angle$AOCનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle AOC = 2 \angle DOC$ ... ... (1)

OE એ $\angle$BOCનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle BOC = 2 \angle EOC$ ... ... (2)

વળી OD $\perp$ OE છે.

$\therefore \angle DOC + \angle EOC = 90°$

$\therefore 2\angle DOC + 2\angle EOC = 2 \times 90°$

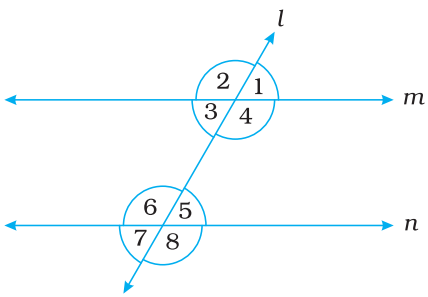
$\therefore \angle AOC + \angle BOC = 180°$ ((1) અને (2) પરથી)

અહીં, $\angle$AOC અને $\angle$BOC આસન્નકોણ છે તથા તેમના માપનો સરવાળો 180° થાય છે.

આથી $\angle$AOC અને $\angle$BOC રૈખિક જોડના ખૂણા છે.

$\therefore$ બિંદુઓ A, O અને B સમરેખ છે.

**2. આકૃતિમાં $\angle 1 = 60°$ અને $\angle 6 = 120°$ તો સાબિત કરો કે રેખાઓ $m$ અને $n$ પરસ્પર સમાંતર છે.**




અહીં, $\angle 1 + \angle 4 = 180°$ (રૈખિક જોડના ખૂણા)

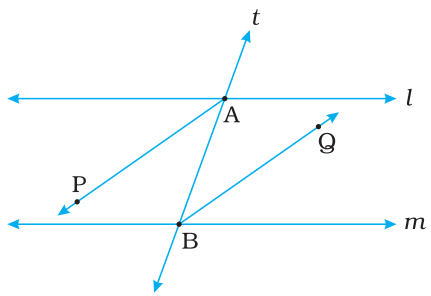
$\therefore 60° + \angle 4 = 180°$

$\therefore \angle 4 = 120°$

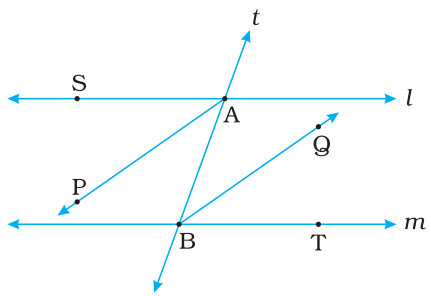
વળી, $\angle 6 = 120°$.

અહીં, $\angle 4$ અને $\angle 6$ એ રેખાઓ $m$ અને $n$ની છેદિકા $l$ દ્વારા બનતા અંતઃયુગ્મકોણ છે અને તેઓ સમાન છે. આથી $m$ અને $n$ પરસ્પર સમાંતર છે.

**3. AP અને BQ અનુક્રમે બે પરસ્પર સમાંતર રેખાઓ $l$ અને $m$ની છેદિકા $t$થી બનતા અંતઃયુગ્મકોણના દ્વિભાજકો છે. (આકૃતિ) સાબિત કરો કે, AP $\parallel$ BQ.**




આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ રેખા $l$ પર બિંદુ S અને રેખા $m$ પર બિંદુ T લો.




હવે, $l \parallel m$ અને $t$ તેમની છેદિકા છે.

$\therefore \angle SAB = \angle TBA$ (અંતઃયુગ્મકોણ)

$\therefore \frac{1}{2} \angle SAB = \frac{1}{2} \angle TBA$ ... ... (1)

AP એ $\angle$SABનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle PAB = \frac{1}{2} \angle SAB$ ... ... (2)

BQ એ $\angle$TBAનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle QBA = \frac{1}{2} \angle TBA$ ... ... (3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી,

$\angle PAB = \angle QBA$.

પરંતુ $\angle$PAB અને $\angle$QBA એ રેખાઓ AP અને BQની છેદિકા $t$ દ્વારા બનતા અંતઃયુગ્મકોણ છે અને સમાન છે.

$\therefore$ AP || BQ.

**4. જો આકૃતિ દાખલા નં. 3માં, અંતઃયુગ્મકોણોના દ્વિભાજકો AP અને BQ પરસ્પર સમાંતર હોય, તો સાબિત કરો કે $l \parallel m$.**

દાખલા નં. 3માં દર્શાવ્યા મુજબ રેખાઓ $l$ અને $m$ પર અનુક્રમે બિંદુઓ S અને T લો.

AP || BQ અને AB તેમની છેદિકા છે.

$\therefore \angle PAB = \angle QBA$ (અંતઃયુગ્મકોણ)

$\therefore 2\angle PAB = 2\angle QBA$ ... ... (1)

વળી, AP એ $\angle$SABનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle SAB = 2\angle PAB$ ... ... (2)

તે જ રીતે, BQ એ $\angle$TBAનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle TBA = 2\angle QBA$ ... ... (3)

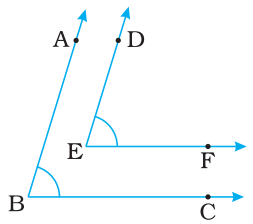
પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી,

$\angle SAB = \angle TBA$.

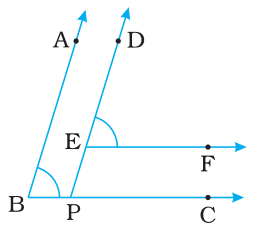
અહીં, $\angle$SAB અને $\angle$TBA એ રેખાઓ $l$ અને $m$ની છેદિકા દ્વારા બનતા અંતઃયુગ્મકોણ છે અને તેઓ સમાન છે.

$\therefore l \parallel m$.

**5. આકૃતિમાં BA ∥ ED અને BC ∥ EF. સાબિત કરો કે, $\angle ABC = \angle DEF$.**




[**સૂચન :** DEને લંબાવો કે જેથી તે BCને એક બિંદુ Pમાં છેદે.]




DEને લંબાવો કે જેથી તે BCને બિંદુ Pમાં છેદે.

આથી, રેખા DE = રેખા DP.

હવે, BA ∥ ED

$\therefore$ AB ∥ DE

$\therefore$ AB ∥ DP

AB ∥ DP છે અને BC તેમની છેદિકા છે.

$\therefore \angle ABC = \angle DPC$ (અનુકોણ) ... ... (1)

તે જ રીતે BC ∥ EF

$\therefore$ PC ∥ EF

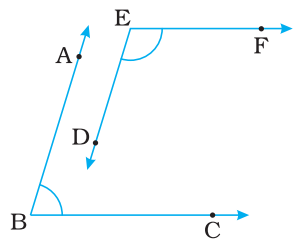
PC ∥ EF અને DP તેમની છેદિકા છે.

$\therefore \angle DPC = \angle DEF$ (અનુકોણ) ... ... (2)

હવે, પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

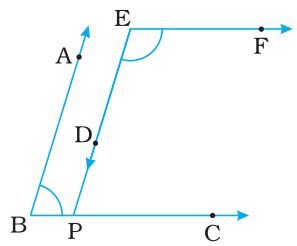
$\therefore \angle ABC = \angle DEF$

**6. આકૃતિમાં BA ∥ ED અને BC ∥ EF હોય, તો સાબિત કરો કે, $\angle ABC + \angle DEF = 180°$.**




EDને એવી રીતે લંબાવો કે જેથી તે BCને બિંદુ Pમાં છેદે.

આથી રેખા ED = રેખા EP.




BA ∥ ED હોવાથી, BA ∥ PE મળે.

તે જ રીતે, BC ∥ EF હોવાથી, PC ∥ EF મળે.

હવે, BA ∥ PE અને BC તેમની છેદિકા છે.

$\therefore \angle ABC = \angle EPC$ (અનુકોણ) ... ... (1)

BC ∥ EF અને EP તેમની છેદિકા છે.

$\therefore \angle EPC + \angle PEF = 180°$

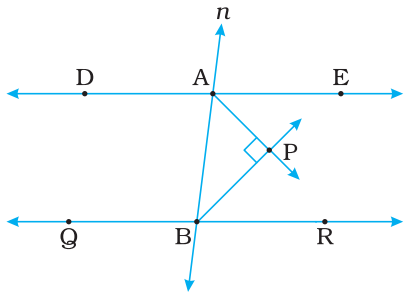
(છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણ)

$\therefore \angle EPC + \angle DEF = 180°$ ... ... (2)

હવે, પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$\angle ABC + \angle DEF = 180°$

**7.** આકૃતિમાં **DE ∥ QR** તથા **AP** અને **BP** અનુક્રમે **∠EAB** અને **∠RBA**ના દ્વિભાજકો હોય, તો **∠APB** શોધો.




અહીં, DE ∥ QR અને $n$ તેમની છેદિકા છે.

$\therefore \angle EAB + \angle RBA = 180°$

(છેદિકાની એક જ તરફના અંતઃકોણ)

$\therefore \frac{1}{2}\angle EAB + \frac{1}{2}\angle RBA = 90°$ ... ... (1)

AP એ ∠EABનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle PAB = \frac{1}{2}\angle EAB$ ... ... (2)

BP એ ∠RBAનો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle PBA = \frac{1}{2}\angle RBA$ ... ... (3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી,

$\angle PAB + \angle PBA = 90°$

હવે, Δ PABમાં

$\angle PAB + \angle PBA + \angle APB = 180°$

$\therefore 90° + \angle APB = 180°$

$\therefore$ **∠APB = 90°**

**8.** એક ત્રિકોણના ખૂણાઓના માપનો ગુણોત્તર **2 : 3 : 4** છે. આ ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાઓનાં માપ શોધો.

ધારો કે, Δ ABCમાં $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$

કુલ ગુણોત્તરનો સરવાળો = 2 + 3 + 4 = 9

Δ ABCમાં, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

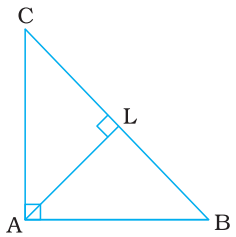
$\therefore \angle A = \frac{2}{9} \times 180° = 40°$,

$\angle B = \frac{3}{9} \times 180° = 60°$,

$\angle C = \frac{4}{9} \times 180° = 80°$

આમ, આપેલ ત્રિકોણના ખૂણાઓના માપ **40°, 60° અને 80°** છે.

**9.** ત્રિકોણ **ABC**માં ખૂણો **A** કાટકોણ છે. **AL ⊥ BC** થાય તેવું બિંદુ **L** એ **BC** પર આવેલ છે. સાબિત કરો કે, **∠BAL = ∠ACB.**




કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણા સિવાયના બે લઘુકોણોના માપનો સરવાળો 90° થાય.

Δ ABCમાં ∠A કાટકોણ છે.

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 90°$ ... ... (1)

Δ ALBમાં ∠L કાટકોણ છે.

$\therefore \angle BAL + \angle ABL = 90°$

$\therefore \angle BAL + \angle ABC = 90°$

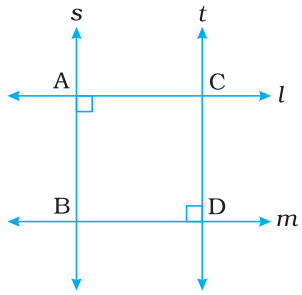
(∵ બિંદુ L એ BC પર આવેલ છે.) ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$\angle BAL + \angle ABC = \angle ABC + \angle ACB$

$\therefore \angle BAL = \angle ACB.$

**10.** બે ભિન્ન રેખાઓ અનુક્રમે બે પરસ્પર સમાંતર રેખાઓને લંબ છે. સાબિત કરો કે, આ બે રેખાઓ પરસ્પર સમાંતર છે.




રેખા $l$ અને રેખા $m$ પરસ્પર સમાંતર છે,

એટલે કે $l \parallel m$.

બે ભિન્ન રેખાઓ $s$ અને $t$ પૈકી રેખા $s$ એ $l$ અને $m$ને અનુક્રમે બિંદુ A તથા બિંદુ Bમાં અને રેખા $t$ એ $l$ અને $m$ને અનુક્રમે બિંદુ C અને બિંદુ Dમાં છેદે છે.

$s \perp l$ છે. એટલે કે, $\angle CAB = 90°$

$t \perp m$ છે. એટલે કે, $\angle CDB = 90°$

હવે, $l \parallel m$ની છેદિકા $s$ દ્વારા બનતા છેદિકાની એક તરફના અંતઃકોણનો સરવાળો 180° થાય.

$\therefore \angle CAB + \angle ABD = 180°$

$\therefore 90° + \angle ABD = 180°$

$\therefore \angle ABD = 90°$

હવે, $\angle ABD + \angle CDB = 90° + 90° = 180°$

પરંતુ, $\angle ABD$ અને $\angle CDB$ એ રેખાઓ $s$ અને $t$ની છેદિકા $m$ દ્વારા બનતા છેદિકાની એક જ બાજુએ બનતા અંતઃકોણ છે અને તેઓ પૂરકકોણ છે.

$\therefore s \parallel t$.

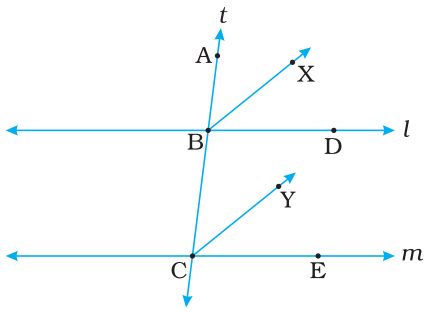
## સ્વાધ્યાય 6.4

**1.** સાબિત કરો કે, પરસ્પર છેદતી બે રેખાથી બનતા અભિકોણો સમાન હોય છે.

ઉકેલ : પાઠ્યપુસ્તકમાં પ્રમેય **6.1**ની સાબિતી જુઓ.

**2.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**3.** એક છેદિકા બે સમાંતર રેખાઓને છેદે છે. સાબિત કરો કે, આ સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકાથી બનતા અનુકોણની કોઈ એક જોડના દ્વિભાજકો પરસ્પર સમાંતર હોય છે.




$l \parallel m$ને છેદિકા $t$ અનુક્રમે બિંદુઓ B અને Cમાં છેદે છે અને અનુકોણની એક જોડ $\angle ABD$ અને $\angle BCE$ બને છે. BX એ $\angle ABD$નો તથા CY એ $\angle BCE$નો દ્વિભાજક છે.

$l \parallel m$ની છેદિકા $t$ દ્વારા બનતા અનુકોણ સમાન હોય.

$\therefore \angle ABD = \angle BCE$

$\therefore \frac{1}{2}\angle ABD = \frac{1}{2}\angle BCE$ ... ... (1)

BX એ $\angle ABD$નો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle ABX = \frac{1}{2}\angle ABD$ ... ... (2)

CY એ $\angle BCE$નો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle BCY = \frac{1}{2}\angle BCE$ ... ... (3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી,

$\angle ABX = \angle BCY$

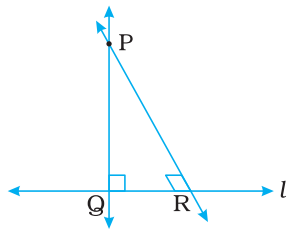
પરંતુ, $\angle ABX$ અને $\angle BCY$ એ રેખાઓ BX અને CYની છેદિકા $t$ દ્વારા બનતા અનુકોણોની એક જોડ છે અને તેઓ સમાન છે.

$\therefore BX \parallel CY$

આમ, સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકાથી બનતા અનુકોણોની કોઈ એક જોડના દ્વિભાજકો પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

**4.** સાબિત કરો કે આપેલ રેખાને, આપેલ બિંદુમાંથી એક અને માત્ર એક જ લંબરેખા દોરી શકાય.

[સૂચન : વિરોધાભાસની પદ્ધતિથી સાબિતી આપો.]




રેખા $l$ અને બિંદુ P આપેલ છે.

ધારો કે બિંદુ Pમાં રેખા $l$ને એક કરતાં વધુ (અહીં બે) લંબરેખાઓ PQ અને PR દોરી શકાય છે.

માટે, $\angle PQR = 90°$ થાય અને $\angle PRQ = 90°$ થાય.

હવે, $\Delta PQR$માં $\angle PQR = \angle PRQ = 90°$ હોવાથી $\Delta PQR$માં ત્રણ ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 180° કરતાં વધુ થાય.

પરંતુ, કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાઓના માપનો સરવાળો હંમેશાં 180° જ હોય.

માટે આપણી ધારણા ખોટી છે.

આમ, આપેલ રેખાને, આપેલ બિંદુમાંથી એક અને માત્ર એક જ લંબરેખા દોરી શકાય.

**5. થી 7.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

# 7 ત્રિકોણ (TRIANGLES)

## સ્વાધ્યાય 7.1

**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 11વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

**1.** આપેલ શરતો પૈકી ..... શરત ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરત નથી.

A. બાખૂબા B. ખૂબાખૂ C. બાબાખૂ D. બાબાબા

**જવાબ :** C. બાબાખૂ

**2.** જો AB = QR, BC = PR અને CA = PQ, તો ..... .

A. $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ B. $\Delta CBA \cong \Delta PRQ$

C. $\Delta BAC \cong \Delta RPQ$ D. $\Delta PQR \cong \Delta BCA$

**જવાબ :** B. $\Delta CBA \cong \Delta PRQ$

**ઉકેલ :** અહીં, બાબાબા શરત મુજબ એકરૂપતા મળે. AB = QR અને BC = PR પરથી $B \leftrightarrow R$ મળે અને તે પરથી $A \leftrightarrow Q$ અને $C \leftrightarrow P$ મળે. આથી $\Delta CBA \cong \Delta PRQ$ થાય.

**3.** જો $\Delta ABC$માં, AB = AC અને $\angle B = 50°$ હોય, તો $\angle C$ = ..... .

A. 40° B. 50° C. 80° D. 130°

**જવાબ :** B. 50°

**ઉકેલ :** $\Delta ABC$માં, AB = AC

$\therefore \angle C = \angle B$

$\therefore \angle C = 50°$

**4.** જો $\Delta ABC$માં, BC = AB અને $\angle B = 80°$ હોય, તો $\angle A$ = ..... .

A. 80° B. 40° C. 50° D. 100°

**જવાબ :** C. 50°

**ઉકેલ :** $\Delta ABC$માં, BC = AB

$\therefore \angle A = \angle C$

વળી, $\Delta ABC$માં, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\therefore \angle A + 80° + \angle A = 180°$

$\therefore 2\angle A = 100°$

$\therefore \angle A = 50°$

**5.** જો $\Delta PQR$માં, $\angle R = \angle P$, QR = 4 સેમી અને PR = 5 સેમી હોય, તો PQની લંબાઈ ..... છે.

A. 4 સેમી B. 5 સેમી C. 2 સેમી D. 2.5 સેમી

**જવાબ :** A. 4 સેમી

**ઉકેલ :** $\Delta PQR$માં, $\angle R = \angle P$

$\therefore PQ = QR$

$\therefore PQ = 4$ સેમી

**6.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**7.** જો $\Delta ABC \cong \Delta FDE$ તથા AB = 5 સેમી, $\angle B = 40°$ અને $\angle A = 80°$ આપેલ હોય, તો નીચેનામાંથી ..... વિકલ્પ સાચો છે.

A. DF = 5 સેમી, $\angle F = 60°$

B. DF = 5 સેમી, $\angle E = 60°$

C. DE = 5 સેમી, $\angle E = 60°$

D. DE = 5 સેમી, $\angle D = 40°$

**જવાબ :** B. DF = 5 સેમી, $\angle E = 60°$

**ઉકેલ :** $\Delta ABC$માં, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\therefore 80° + 40° + \angle C = 180°$

$\therefore \angle C = 60°$

વળી, AB = 5 સેમી

$\Delta ABC \cong \Delta FDE$

$\therefore DF = AB = 5$ સેમી અને $\angle E = \angle C = 60°$

**8. અને 9.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**10.** ત્રિકોણ ABC અને ત્રિકોણ PQRમાં, AB = AC, $\angle C = \angle P$ અને $\angle B = \angle Q$ હોય, તો આ બંને ત્રિકોણ ..... .

A. સમદ્વિબાજુ છે, પરંતુ એકરૂપ નથી.

B. સમદ્વિબાજુ અને એકરૂપ છે.

C. એકરૂપ છે, પરંતુ સમદ્વિબાજુ નથી.

D. સમદ્વિબાજુ પણ નથી અને એકરૂપ પણ નથી.

**જવાબ :** A. સમદ્વિબાજુ છે, પરંતુ એકરૂપ નથી.

**ઉકેલ :** $\Delta ABC$માં, AB = AC $\therefore \Delta ABC$ સમદ્વિબાજુ છે.

$\Delta ABC$માં, AB = AC $\therefore \angle C = \angle B$

વળી, $\angle C = \angle P$ અને $\angle B = \angle Q$

$\therefore \Delta PQR$માં, $\angle P = \angle Q$ અને તેથી QR = PR

આમ, $\Delta PQR$ પણ સમદ્વિબાજુ છે.

પરંતુ $\Delta ABC$ અને $\Delta PQR$માં એકરૂપતાની કોઈ પણ શરતનું પાલન થતું નથી, માટે તેઓ એકરૂપ નથી.

**11.** ત્રિકોણ ABC અને DEFમાં, AB = FD અને ∠A = ∠D છે. જો ..... હોય, તો આપેલ બંને ત્રિકોણો બાખૂબા પૂર્વધારણા પ્રમાણે એકરૂપ હશે.

A. BC = EF  B. AC = DE  C. AC = EF  D. BC = DE

**જવાબ :** B. AC = DE

**ઉકેલ :** Δ ABC અને Δ DEFમાં AB = FD અને ∠A = ∠D

ઉપરાંત, જો AC = DE આપેલ હોય, તો બાખૂબા શરત મુજબ Δ ABC ≅ Δ DFE થાય.

## સ્વાધ્યાય 7.2

**1.** **Δ ABC અને Δ PQRમાં, ∠A = ∠Q અને ∠B = ∠R છે. Δ PQRની કઈ બાજુ Δ ABCની બાજુ ABને સમાન હોય, તો આપેલ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

Δ PQRની **બાજુ QR** જો Δ ABCની બાજુ ABને સમાન હોય, તો ∠A = ∠Q, ∠B = ∠R અને AB = QR થવાથી ખૂબાખૂ શરત અનુસાર બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય.

Δ ABC ≅ Δ QRP થાય.

**2.** **ત્રિકોણ ABC અને PQRમાં, ∠A = ∠Q અને ∠B = ∠R છે. Δ PQRની કઈ બાજુ Δ ABCની બાજુ BCને સમાન હોય, તો આપેલ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

Δ PQRની **બાજુ RP** જો Δ ABCની બાજુ BCને સમાન હોય, તો ∠A = ∠Q, ∠B = ∠R અને BC = RP થવાથી ખૂખૂબા શરત અનુસાર બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય.

Δ ABC ≅ Δ QRP થાય.

**3.** **"જો કોઈ એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને કોઈ એક ખૂણો, બીજા ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને કોઈ એક ખૂણાને સમાન હોય, તો આ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ જ હોય." આ વિધાન સત્ય છે? શા માટે?**

**ના**, કારણ કે બાખૂબા શરત મુજબ બે ત્રિકોણો એકરૂપ થવા માટે અંતર્ગત ખૂણા સમાન હોવા જોઈએ.

**4.** **"જો કોઈ એક ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને કોઈ એક બાજુ બીજા ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને કોઈ એક બાજુને સમાન હોય, તો આ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ જ હોય." આ વિધાન સત્ય છે? શા માટે?**

**ના**, કારણ કે ખૂખૂબા શરત મુજબ બે ત્રિકોણો એકરૂપ થવા માટે અનુરૂપ બાજુઓ સમાન હોવી જોઈએ.

**5.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**6.** **Δ ABC ≅ Δ RPQ આપેલ છે, તો BC = QR કહેવું સત્ય છે? શા માટે?**

**ના**, કારણ કે Δ ABC ≅ Δ RPQ હોય, તો BC = PQ થાય.

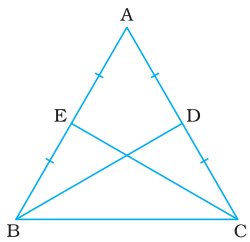
**7.** **જો Δ PQR ≅ Δ EDF હોય, તો PR = EF છે તેવું કહી શકાય? તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.**

**હા**, કારણ કે Δ PQR ≅ Δ EDF હોવાથી અનુરૂપ બાજુઓ સમાન હોય. અહીં PRને અનુરૂપ બાજુ EF હોવાથી PR = EF થાય.

**8. થી 12.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

## સ્વાધ્યાય 7.3

**1.** **સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABCમાં, AB = AC છે તથા BD અને CE તેની બે મધ્યગાઓ છે. સાબિત કરો કે, BD = CE.**




Δ ABCમાં, BD અને CE મધ્યગાઓ છે.

∴ AD = $\frac{1}{2}$AC અને AE = $\frac{1}{2}$AB.

વળી, AB = AC હોવાથી AD = AE.

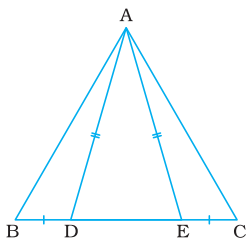
હવે, Δ ABD અને Δ ACEમાં

AB = AC, AD = AE અને ∠A = ∠A (સામાન્ય)

∴ Δ ABD ≅ Δ ACE (બાખૂબા શરત)

∴ BD = CE

**2.** **આકૃતિમાં, Δ ABCની બાજુ BC પર BD = CE અને AD = AE થાય તેવાં બે બિંદુઓ D અને E છે. સાબિત કરો કે, Δ ABD ≅ Δ ACE.**




Δ ADEમાં, AD = AE.

∴ ∠ ADE = ∠ AED

∴ 180° – ∠ ADE = 180° – ∠ AED

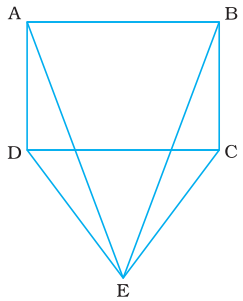
∴ ∠ ADB = ∠ AEC (રૈખિક જોડ)

હવે, Δ ABD અને Δ ACEમાં,

AD = AE, ∠ ADB = ∠ AEC અને BD = CE.

∴ Δ ABD ≅ Δ ACE (બાખૂબા શરત)

**3.** **Δ CDE એ ચોરસ ABCDની બાજુ CD પર બનતો સમબાજુ ત્રિકોણ છે. (જુઓ આકૃતિ) સાબિત કરો કે, Δ ADE ≅ Δ BCE.**




ચતુષ્કોણ ABCD ચોરસ હોવાથી AD = BC.

Δ CDE સમબાજુ ત્રિકોણ હોવાથી DE = CE અને

∠ CDE = ∠ DCE (= 60°).

વળી, ચોરસ ABCDમાં ∠ ADC = ∠ BCD (= 90°)

માટે, ∠ CDE + ∠ ADC = ∠ DCE + ∠ BCD

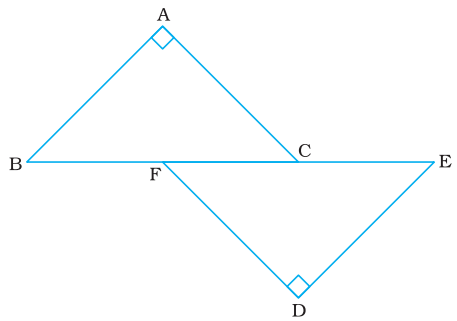
∴ ∠ ADE = ∠ BCE.

હવે, Δ ADE અને Δ BCEમાં, AD = BC,

∠ ADE = ∠ BCE અને DE = CE.

∴ Δ ADE ≅ Δ BCE (બાબૂબા શરત)

**4.** **આકૃતિમાં, BA ⊥ AC અને DE ⊥ DF આપેલ છે તથા BA = DE અને BF = EC. સાબિત કરો કે, Δ ABC ≅ Δ DEF.**




BF = EC

∴ BF + FC = EC + FC

∴ BC = EF

હવે, Δ ABC અને Δ DEFમાં,

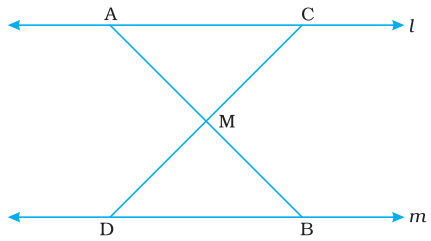
BA = ED, ∠ A = ∠ D (કાટખૂણા)

અને કર્ણ BC = કર્ણ EF

માટે, એકરૂપતાની કાકબા શરત અનુસાર Δ ABC ≅ Δ DEF.

**5. થી 7.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**8.** **આકૃતિમાં, *l* ∥ *m* અને રેખાખંડ ABનું મધ્યબિંદુ M છે. સાબિત કરો કે, બિંદુ M એ જેનાં અંત્યબિંદુઓ અનુક્રમે રેખા *l* અને *m* પર આવેલ હોય એવા કોઈ પણ રેખાખંડ CDનું મધ્યબિંદુ હોય.**




*l* ∥ *m*ની છેદિકા AB હોવાથી,

∠ CAM = ∠ DBM (અંતઃયુગ્મકોણ)

M એ ABનું મધ્યબિંદુ હોવાથી AM = BM.

વળી, ∠ AMC = ∠ BMD (અભિકોણ)

આમ, Δ AMC અને Δ BMDમાં,

∠ CAM = ∠ DBM, AM = BM અને

∠ AMC = ∠ BMD.

માટે, એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરત મુજબ,

Δ AMC ≅ Δ BMD

∴ CM = DM

∴ M એ રેખાખંડ CDનું મધ્યબિંદુ છે.

**9. થી 11.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

## સ્વાધ્યાય 7.4

**1. સમબાજુ ત્રિકોણના બધા જ ખૂણાઓનાં માપ શોધો.**

ધારો કે, Δ ABC સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

∴ AB = BC = AC

Δ ABCમાં, AB = BC હોવાથી ∠ C = ∠ A

Δ ABCમાં, BC = AC હોવાથી ∠ A = ∠ B

આમ, Δ ABCમાં ∠ A = ∠ B = ∠ C

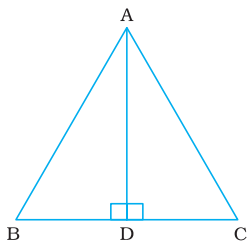
વળી, ∠ A + ∠ B + ∠ C = 180°

∴ $\angle A = \angle B = \angle C = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

આમ, સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણાઓનાં માપ **60°, 60°, 60°** હોય.

**2.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**3.** **AB = AC** હોય તેવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ **ABC** છે અને **AD ⊥ BC** થાય તેવું બિંદુ **D** બાજુ **AC** પર આપેલ છે. (જુઓ આકૃતિ). **∠BAD = ∠CAD** સાબિત કરવા માટે વિદ્યાર્થી નીચે પ્રમાણે શરૂઆત કરે છે :




**Δ ABD** અને **Δ ACD**માં,

**AB = AC** (આપેલ છે.)

**∠B = ∠C** (**AB = AC** હોવાથી)

અને **∠ADB = ∠ADC**

માટે **Δ ABD ≅ Δ ACD** (ખૂખૂબા)

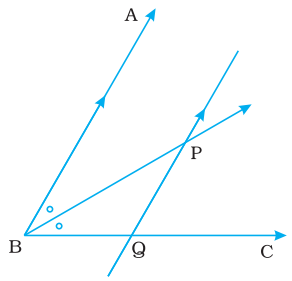
તેથી **∠BAD = ∠CAD** (એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગો)

ઉપર આપેલ તર્કમાં શું ભૂલ છે ?

(સૂચન : યાદ કરો કે, જ્યારે **AB = AC** આપેલ હોય ત્યારે **∠B = ∠C** કેવી રીતે સાબિત કરી શકાય.)

આપેલ તર્કમાં ∠B = ∠C લીધેલ છે તે ભૂલ છે. અહીં, Δ ABD અને Δ ACDની એકરૂપતા કાકબા શરત મુજબ સાબિત કરવી જોઈએ. તેમ કરવાથી Δ ABD ≅ Δ ACD મળે અને તે પરથી ∠BAD = ∠CAD તેમજ ∠B = ∠C મળે.

**4.** **P** એ **∠ABC**ના દ્વિભાજક પર આવેલ બિંદુ છે. **P**માંથી પસાર થતી અને બાજુ **BA**ને સમાંતર રેખા બાજુ **BC**ને **Q**માં છેદે, તો સાબિત કરો કે ત્રિકોણ **BPQ** સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.




BP એ ∠ABCનો દ્વિભાજક છે.

∴ ∠ABP = ∠PBC ... ... (1)

AB || PQ છે અને BP તેમની છેદિકા છે.

∴ ∠ABP = ∠BPQ (અંતઃયુગ્મકોણ) ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

∠PBC = ∠BPQ

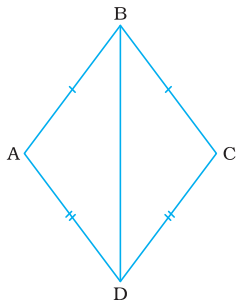
∴ ∠PBQ = ∠BPQ

આમ, Δ BPQમાં, ∠PBQ = ∠BPQ હોવાથી,

PQ = BQ

માટે Δ BPQ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

**5.** ચતુષ્કોણ **ABCD**માં **AB = BC** અને **AD = CD** છે. સાબિત કરો કે, **BD** બંને ખૂણા **∠ABC** અને **∠ADC**નો દ્વિભાજક છે.




ચતુષ્કોણ ABCDનો વિકર્ણ BD દોરવાથી મળતા Δ ABD અને Δ CBDમાં,

AB = CB, AD = CD અને BD = BD (સામાન્ય)

∴ બાબાબા શરત મુજબ Δ ABD ≅ Δ CBD

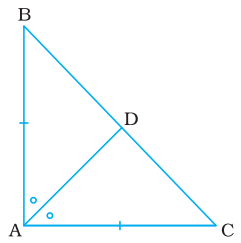
∴ ∠ABD = ∠CBD અને ∠ADB = ∠CDB

વળી, ∠ABD + ∠CBD = ∠ABC અને

∠ADB + ∠CDB = ∠ADC

આમ, BD એ ∠ABC તેમજ ∠ADCનો દ્વિભાજક છે.

**6.** કાટકોણ ત્રિકોણ **ABC**માં **AB = AC** છે. **∠A**નો દ્વિભાજક **BC**ને **D**માં છેદે છે. સાબિત કરો કે, **BC = 2AD.**




કાટકોણ Δ ABCમાં AB = AC હોવાથી BC કર્ણ છે અને ∠A = 90°

હવે, Δ ABC માં AB = AC હોવાથી ∠C = ∠B.

∠A + ∠B + ∠C = 180°

∴ 90° + ∠B + ∠B = 180°

∴ 2∠B = 90°

∴ ∠B = 45°

∴ ∠C = 45°

AD એ ∠Aનો દ્વિભાજક હોવાથી,

$\angle BAD = \angle CAD = \frac{90°}{2} = 45°$

હવે, Δ ABDમાં ∠BAD = ∠B = 45°

∴ AD = BD ... ... (1)

તે જ રીતે, $\Delta CAD$માં $\angle CAD = \angle C = 45°$

$\therefore AD = CD$ ... ... (2)

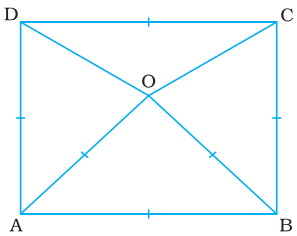
પરિણામ (1) અને (2)નો સરવાળો લેતાં,

$AD + AD = BD + CD$

$\therefore 2AD = BC$

$\therefore BC = 2AD$

**7. OAB એક સમબાજુ ત્રિકોણ બને તે રીતે ચોરસ ABCDના અંદરના ભાગમાં બિંદુ O આવેલ છે. સાબિત કરો કે, $\Delta$ OCD સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.**




ABCD ચોરસ હોવાથી $AD = BC$

ABCD ચોરસ હોવાથી $\angle DAB = \angle CBA = 90°$

$\Delta OAB$ સમબાજુ ત્રિકોણ હોવાથી, $OA = OB$ અને $\angle OAB = \angle OBA = 60°$

હવે, $\angle DAB - \angle OAB = \angle CBA - \angle OBA$

$\therefore \angle DAO = \angle CBO$

$\Delta OAD$ અને $\Delta OBC$માં, $OA = OB$, $AD = BC$ અને $\angle DAO = \angle CBO$.

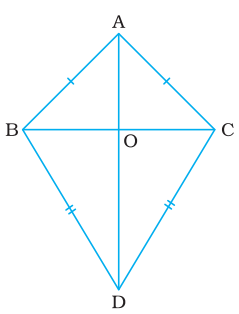
આથી એકરૂપતાની બાબૂબા શરત મુજબ,

$\Delta OAD \cong \Delta OBC$

$\therefore OD = OC$

હવે, $\Delta OCD$માં $OD = OC$ હોવાથી $\Delta OCD$ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

**8. ABC અને DBC એ સમાન પાયા BC પર આવેલા બે ત્રિકોણ છે. A અને D પાયા BCની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. AB = AC અને DB = DC છે. સાબિત કરો કે, AD એ રેખાખંડ BCનો લંબદ્વિભાજક છે.**




ધારો કે, BC અને AD એકબીજાને Oમાં છેદે છે.

$\Delta ABD$ અને $\Delta ACD$માં, $AB = AC$, $BD = CD$ અને $AD = AD$ (સામાન્ય).

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ (બાબાબા શરત)

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$

$\therefore \angle BAO = \angle CAO$

હવે, $\Delta BAO$ અને $\Delta CAO$માં, $BA = CA$,

$\angle BAO = \angle CAO$ અને $AO = AO$ (સામાન્ય)

$\therefore \Delta BAO \cong \Delta CAO$ (બાખૂબા શરત)

$\therefore \angle AOB = \angle AOC$ અને $BO = CO$.

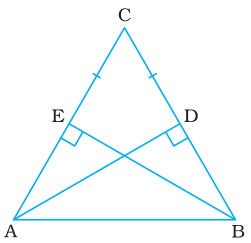
વળી, $\angle AOB + \angle AOC = 180°$ (રૈખિક જોડ)

$\therefore \angle AOB = \angle AOC = 90°$ અને $BO = CO$ હોવાથી O એ BCનું મધ્યબિંદુ છે.

આથી OA એ BCનો લંબદ્વિભાજક છે.

આમ, AD એ રેખાખંડ BCનો લંબદ્વિભાજક છે.

**9. જેમાં AC = BC હોય, તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC છે. AD અને BE અનુક્રમે બાજુ BC અને AC પરના વેધ છે. સાબિત કરો કે, AE = BD.**




$\Delta ABC$માં, $AC = BC$ હોવાથી $\angle CAB = \angle CBA$

$\therefore \angle EAB = \angle DBA$

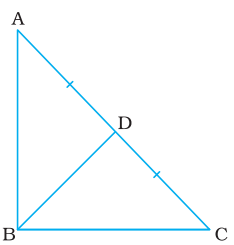
$\Delta EAB$ અને $\Delta DBA$માં, $\angle E = \angle D$ (કાટખૂણા), $\angle EAB = \angle DBA$ અને $AB = BA$ (સામાન્ય).

$\therefore$ ખૂખૂબા શરત મુજબ $\Delta EAB \cong \Delta DBA$

$\therefore AE = BD$

**10. થી 12.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**13. કોઈ એક ત્રિકોણ ABCમાં, D એ બાજુ ACનું મધ્યબિંદુ છે, જેથી $BD = \frac{1}{2}AC$ થાય. સાબિત કરો કે, $\angle ABC$ કાટકોણ છે.**



D એ AC નું મધ્યબિંદુ છે. $\therefore AD = CD = \frac{1}{2}AC$

વળી, $BD = \frac{1}{2}AC$.

$\therefore AD = BD = CD$

$\Delta ABD$માં, $AD = BD$

$\therefore \angle DAB = \angle DBA$ ... ... (1)

$\Delta CBD$ માં, $BD = CD$

$\therefore \angle DCB = \angle DBC$ ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2)નો સરવાળો લેતાં,

$\angle DAB + \angle DCB = \angle DBA + \angle DBC$

$\therefore \angle CAB + \angle ACB = \angle ABC$ ... ... (3)

હવે, $\Delta ABC$માં,

$\angle CAB + \angle ACB + \angle ABC = 180°$

$\therefore \angle ABC + \angle ABC = 180°$ (પરિણામ (3) પરથી)

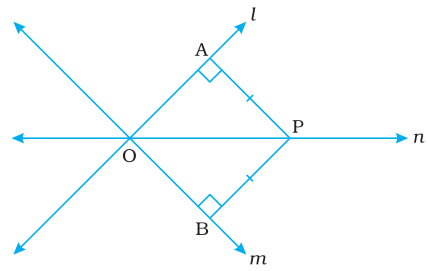
$\therefore 2\angle ABC = 180°$

$\therefore \angle ABC = 90°$

આથી $\angle ABC$ કાટકોણ છે.

**14.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**15. પરસ્પર O બિંદુએ છેદતી બે રેખાઓ *l* અને *m*થી સમાન અંતરે આવેલું બિંદુ P, બિંદુ Oમાંથી પસાર થતી કોઈ એક રેખા *n* પર આવેલ છે. સાબિત કરો કે, રેખા *n* એ રેખા *l* અને *m*થી બનતા ખૂણાને દુભાગે છે.**




ધારો કે, $PA \perp l$ અને $PB \perp m$ છે.

બિંદુ P, $l$ અને $m$થી સમાન અંતરે છે.

$\therefore PA = PB$

$\Delta PAO$ અને $\Delta PBO$માં, $PA = PB$, $\angle A = \angle B$ (કાટખૂણા) અને કર્ણ $PO$ = કર્ણ $PO$ (સામાન્ય)

$\therefore$ કાકબા શરત મુજબ $\Delta PAO \cong \Delta PBO$

$\therefore \angle POA = \angle POB$

વળી, $\angle POA + \angle POB = \angle BOA$ = રેખાઓ $l$ અને $m$થી બનતો ખૂણો.

આમ, રેખા OP, એટલે કે, રેખા $n$ એ રેખા $l$ અને $m$થી બનતા ખૂણાને દુભાગે છે.

**16. થી 21.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

# 8 ચતુષ્કોણ (QUADRILATERALS)

## સ્વાધ્યાય 8.1

**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 14વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

**1. થી 3.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**4.** જો ..... ચતુષ્કોણ PQRSની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ હોય.

A. PQRS લંબચોરસ હોય, તો

B. PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો

C. PQRSના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો

D. PQRSના વિકર્ણો સમાન હોય, તો

**જવાબ :** C. PQRSના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો

**ઉકેલ :** સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી લંબચોરસ મળે. સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો અસમાન અને પરસ્પર લંબ હોય.

**5.** જો ..... ચતુષ્કોણ PQRSની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ સમબાજુ ચતુષ્કોણ હોય.

A. PQRS સમબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો

B. PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો

C. PQRSના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો

D. PQRSના વિકર્ણો સમાન હોય, તો

**જવાબ :** D. PQRSના વિકર્ણો સમાન હોય, તો

**ઉકેલ :** લંબચોરસની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી સમબાજુ ચતુષ્કોણ મળે. લંબચોરસના વિકર્ણો સમાન હોય.

**6. અને 7.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**8.** જો APB અને CQD બે પરસ્પર સમાંતર રેખાઓ હોય, તો ખૂણાઓ APQ, BPQ, CQP અને PQDના દ્વિભાજકો ..... બનાવે છે.

A. ચોરસ

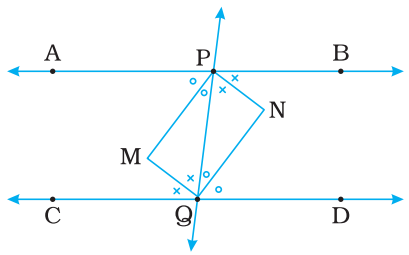
B. સમબાજુ ચતુષ્કોણ

C. લંબચોરસ

D. કોઈ બીજો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ

**જવાબ :** C. લંબચોરસ

**ઉકેલ :**




ચતુષ્કોણ PMQNમાં PM ∥ QN તથા QM ∥ PN થાય.

આમ, PMQN સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ થાય.

વળી, $\angle PMQ = 90°$ સાબિત થાય.

આથી ચતુષ્કોણ PMQN લંબચોરસ થાય.

**9.** સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતી આકૃતિ ..... છે.

A. સમબાજુ ચતુષ્કોણ

B. લંબચોરસ

C. ચોરસ

D. કોઈ પણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ

**જવાબ :** B. લંબચોરસ

**ઉકેલ :** સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો અસમાન અને પરસ્પર લંબ હોય છે તે પરથી સાબિત થાય છે કે સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી લંબચોરસ મળે.

**10.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**11.** જો ..... ચતુષ્કોણ ABCDનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતી આકૃતિ ચોરસ હોય.

A. ચતુષ્કોણ ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ હોય, તો

B. ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો સમાન હોય, તો

C. ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો સમાન અને પરસ્પર લંબ હોય, તો

D. ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો

**જવાબ :** C. ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો સમાન અને પરસ્પર લંબ હોય, તો

**ઉકેલ :** ચોરસની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી ચોરસ મળે અને ચોરસના વિકર્ણો સમાન અને પરસ્પર લંબ હોય છે.

**12.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**13.** સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ માટે નીચે આપેલ વિધાનોમાંથી ..... વિધાન સત્ય નથી.

A. સામસામેની બાજુઓ સમાન છે.

B. સામસામેના ખૂણાઓ સમાન છે.

C. વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓને દુભાગે છે.

D. વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે

જવાબ : C. વિકર્ણ સામસામેના ખૂણાઓને દુભાગે છે.

ઉકેલ : સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણધર્મો પરથી.

**14.** $\Delta ABC$માં બાજુઓ AB અને ACનાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D અને E છે. DEને F સુધી લંબાવેલ છે. CF એ DAને સમાન અને સમાંતર છે તેવું સાબિત કરવા માટે નીચે આપેલ પૈકી ..... વધારાની માહિતીની જરૂર પડશે.

A. $\angle DAE = \angle EFC$ B. $AE = EF$

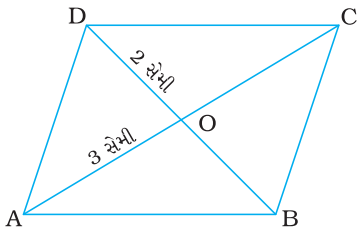
C. $DE = EF$ D. $\angle ADE = \angle ECF$

જવાબ : C. $DE = EF$

ઉકેલ : $DE = EF$ આપેલ હોય, તો બાખૂબા શરત અનુસાર $\Delta AED \cong \Delta CEF$ થાય અને તે પરથી CF અને DA સમાન અને સમાંતર છે તેમ સાબિત થાય.

## સ્વાધ્યાય 8.2

**1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો AC અને BD એકબીજાને બિંદુ Oમાં છેદે છે. જો OA = 3 સેમી અને OD = 2 સેમી હોય, તો AC અને BDની લંબાઈ શોધો.**




સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર એકબીજાને દુભાગે છે.

$\therefore AC = 2\,OA$ અને $BD = 2\,OD$

$\therefore AC = (2 \times 3)$ સેમી અને $BD = (2 \times 2)$ સેમી

$\therefore$ **AC = 6 સેમી** અને **BD = 4 સેમી**

**2. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય છે. આ વિધાન સત્ય છે? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

**ના, આ વિધાન અસત્ય છે.**

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર એકબીજાને દુભાગે છે પરંતુ પરસ્પર લંબ ન હોય. જો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર લંબ હોય, તો તે સમબાજુ ચતુષ્કોણ બને.

**3.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**4. ચતુષ્કોણ ABCDમાં, $\angle A + \angle D = 180°$ છે. આ કયા વિશિષ્ટ પ્રકારના ચતુષ્કોણમાં શક્ય છે?**

ચતુષ્કોણ ABCDમાં $\angle A + \angle D = 180°$ હોય, તો ફક્ત આટલી જ માહિતી પરથી $AB \parallel DC$ મળે અને તેથી ચતુષ્કોણ ABCD **સમલંબ ચતુષ્કોણ** થાય.

**5. ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ સમાન છે. આ કયા વિશિષ્ટ પ્રકારના ચતુષ્કોણમાં શક્ય છે?**

જો ચતુષ્કોણના બધા જ ખૂણાઓ સમાન, એટલે કે કાટખૂણા હોય, તો તે ચતુષ્કોણ **લંબચોરસ** હોય. વધુમાં જો બાજુઓ પણ સમાન હોય, તો તે ચોરસ હોય.

**6. લંબચોરસના વિકર્ણો સમાન અને પરસ્પર લંબ છે. આ વિધાન સત્ય છે? કારણ સહિત જવાબ આપો.**

**ના, આ વિધાન અસત્ય છે.**

લંબચોરસના વિકર્ણો સમાન હોય પરંતુ પરસ્પર લંબ ન હોય.

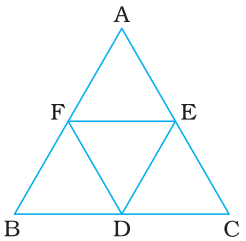
**7.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**8. $\Delta ABC$માં, AB = 5 સેમી, BC = 8 સેમી અને CA = 7 સેમી છે. જો D અને E અનુક્રમે AB અને BCનાં મધ્યબિંદુઓ હોય, તો DEની લંબાઈ શોધો.**

$\Delta ABC$માં D અને E અનુક્રમે AB અને BCનાં મધ્યબિંદુ હોવાથી $DE \parallel AC$ અને $DE = \frac{1}{2}AC$ થાય.

$DE = \frac{1}{2}AC = \left(\frac{1}{2} \times 7\right)$ સેમી = **3.5 સેમી**

**9. આકૃતિમાં, BDEF અને FDCE સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ આપેલ છે. શું તમે કહી શકશો કે BD = CD? હા, તો શા માટે? અથવા ના, તો શા માટે નહીં?**




BDEF સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

$\therefore BD = FE$ ... ... (1)

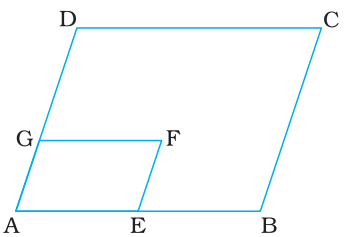
FDCE સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

$\therefore FE = DC$ ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી, $BD = DC$

આમ, **BD = CD** સત્ય છે.

**10. આકૃતિમાં, બે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD અને AEFG છે. જો $\angle C = 55°$ હોય, તો $\angle F$ શોધો.**



સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં,

$\angle A = \angle C$ ... ... (1)

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ AEFGમાં,

$\angle A = \angle F$ ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી, $\angle F = \angle C$

હવે, $\angle C = 55°$ આપેલ છે.

$\therefore$ **$\angle F = 55°$**

**11. અને 12.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**13. ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે છે. જો $\angle A = 35°$ હોય, તો $\angle B$ શોધો.**

ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે છે.

માટે, ABCD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

આથી ABCDમાં AB ∥ CD અને AD ∥ BC થાય.

AD ∥ BC ની છેદિકા AB દ્વારા બનતા છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણ $\angle A$ અને $\angle B$ પૂરકકોણ હોય.

$\therefore \angle A + \angle B = 180°$

$\therefore 35° + \angle B = 180°$

$\therefore \angle B = 180° - 35°$

$\therefore$ **$\angle B = 145°$**

**14. ચતુષ્કોણ ABCDના સામસામેના ખૂણાઓ સમાન છે. જો AB = 4 સેમી હોય, તો CD શોધો.**

ચતુષ્કોણ ABCDના સામસામેના ખૂણાઓ સમાન છે.

આથી ચતુષ્કોણ ABCD સમાંતર ચતુષ્કોણ છે અને તેની સામસામેની બાજુઓ સમાન છે.

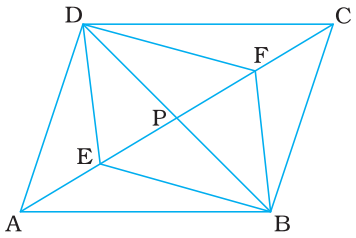
$\therefore CD = AB$

$\therefore$ **CD = 4 સેમી**

## સ્વાધ્યાય 8.3

**1. થી 4.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**5. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં વિકર્ણ AC પર બે બિંદુઓ E અને F એવાં લીધાં છે કે જેથી AE = CF થાય. સાબિત કરો કે, BFDE સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.**




ધારો કે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો એકબીજાને P માં છેદે છે. આથી AC અને BD એકબીજાને P માં દુભાગે છે.

$\therefore PA = PC$ અને $PB = PD$

વળી $AE = CF$

$\therefore PA - AE = PC - CF$

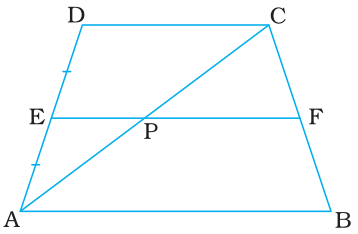
$\therefore PE = PF$

હવે, ચતુષ્કોણ BFDEના વિકર્ણો BD અને EF પરસ્પર P માં છેદે છે અને PB = PD અને PE = PF.

આમ, BFDEના વિકર્ણો પરસ્પર P માં દુભાગે છે.

આથી BFDE સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

**6. AB ∥ DC હોય તેવા સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD માં, E એ બાજુ ADનું મધ્યબિંદુ છે. Eમાંથી પસાર થતી અને ABને સમાંતર દોરેલી રેખા BC ને Fમાં છેદે છે. સાબિત કરો કે, F એ BCનું મધ્યબિંદુ છે. [સૂચન : AC ને જોડો.]**




ABCDનો વિકર્ણ AC દોરો, જે Eમાંથી પસાર થતી અને ABને સમાંતર રેખા EFને બિંદુ Pમાં છેદે.

EF ∥ AB અને AB ∥ CD.

$\therefore$ EF ∥ CD.

$\therefore$ EP ∥ CD અને PF ∥ AB.

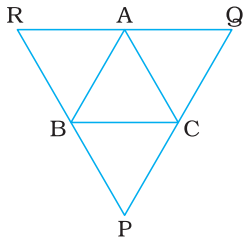
$\Delta$ ADCમાં E એ ADનું મધ્યબિંદુ છે તથા EP ∥ CD.

$\therefore$ P એ ACનું મધ્યબિંદુ થાય.

$\Delta$ ABCમાં P એ ACનું મધ્યબિંદુ છે તથા PF ∥ AB.

$\therefore$ F એ BCનું મધ્યબિંદુ થાય.

**7. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે $\Delta$ ABCનાં શિરોબિંદુઓ A, B અને C માંથી અનુક્રમે બાજુઓ BC, CA અને ABને સમાંતર હોય તેવી રેખાઓ RQ, PR અને QP દોરેલ છે. સાબિત કરો કે, $BC = \frac{1}{2} QR$.**



અહીં, BC ∥ RQ અને AC ∥ RP

∴ BC ∥ RA અને AC ∥ RB.

આથી ચતુષ્કોણ ARBC સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

∴ BC = AR ... ... (1)

વળી, BC ∥ RQ અને AB ∥ PQ

∴ BC ∥ AQ અને AB ∥ CQ.

આથી ચતુષ્કોણ ABCQ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

∴ BC = AQ ... ... (2)

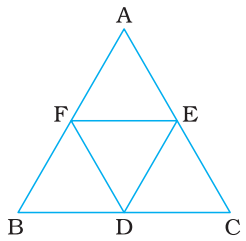
પરિણામ (1) અને (2)નો સરવાળો લેતાં,

BC + BC = AR + AQ

∴ 2BC = QR

∴ BC = $\frac{1}{2}$QR.

**8. સમબાજુ ત્રિકોણ ABCમાં બાજુઓ BC, CA અને ABનાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D, E અને F છે. સાબિત કરો કે, Δ DEF પણ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.**




Δ ABC સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

∴ AB = BC = CA ... ... (1)

Δ ABCમાં F અને E એ અનુક્રમે AB અને ACનાં મધ્યબિંદુઓ છે.

∴ EF = $\frac{1}{2}$BC ... ... (2)

તે જ પ્રમાણે DF = $\frac{1}{2}$CA ... ... (3)

અને DE = $\frac{1}{2}$AB ... ... (4)

પરિણામ (1), (2), (3) અને (4) પરથી,

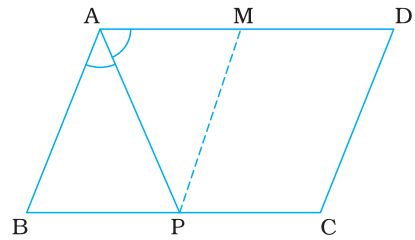
EF = DF = DE.

આમ, Δ DEFની ત્રણેય બાજુઓ સમાન છે.

તેથી Δ DEF સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

**9.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**10. આકૃતિમાં P એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDની બાજુ BCનું મધ્યબિંદુ છે. તથા ∠ BAP = ∠ DAP છે. સાબિત કરો કે, AD = 2CD.**




બિંદુ Pમાંથી પસાર થતી ABને સમાંતર હોય તેવી રેખા દોરો જે ADને બિંદુ Mમાં છેદે.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં BC ∥ AD.

∴ BP ∥ AM.

વળી, રચના મુજબ AB ∥ PM.

આથી ચતુષ્કોણ ABPM સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABPMમાં વિકર્ણ AP એ ∠ BAMને દુભાગે છે.

∴ ABPM સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

∴ BP = AB

∴ BP = CD

પરંતુ, બિંદુ P એ BCનું મધ્યબિંદુ છે.

∴ BP = $\frac{1}{2}$ BC

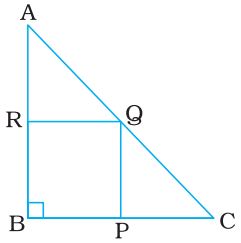
∴ CD = $\frac{1}{2}$ BC

∴ BC = 2 CD

∴ AD = 2 CD (∵ ABCDમાં BC = AD)

## સ્વાધ્યાય 8.4

**1. એક સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ત્રિકોણને અંતર્ગત એક ચોરસ એવી રીતે આવેલો છે કે જેથી ચોરસ અને ત્રિકોણમાં એક ખૂણો સામાન્ય હોય. સાબિત કરો કે, સામાન્ય ખૂણાના શિરોબિંદુની સામે આવેલ ચોરસનું શિરોબિંદુ ત્રિકોણના કર્ણને દુભાગે છે.**




Δ ABCમાં AB = BC તથા ચોરસ BPQRમાં

BP = BR (ચોરસની બાજુઓ)

∴ AB – BR = BC – BP

∴ AR = CP

વળી, ચોરસ BPQRમાં PQ = RQ.

વળી, BPQR ચોરસ હોવાથી ∠ BPQ = ∠ BRQ = 90°.

∴ ∠ CPQ = ∠ ARQ = 90°.

Δ ARQ અને Δ CPQમાં, AR = CP, RQ = PQ અને ∠ ARQ = ∠ CPQ.

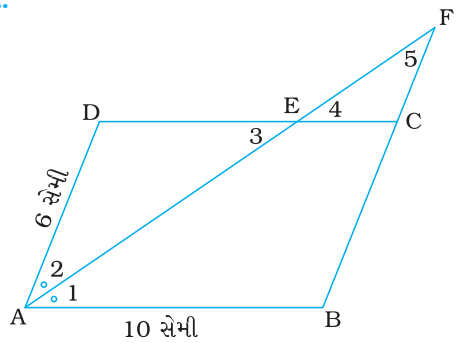
∴ બાખૂબા શરત અનુસાર, Δ ARQ ≅ Δ CPQ.

∴ AQ = CQ.

હવે, બિંદુ Q રેખાખંડ AC પર આવેલ છે અને AQ = CQ.

∴ બિંદુ Q એ Δ ABCના કર્ણ ACનું મધ્યબિંદુ છે.

**2.** સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ **ABCD**માં **AB = 10** સેમી અને **AD = 6** સેમી છે. $\angle A$નો દ્વિભાજક **DC**ને **E**માં મળે છે. **AE** અને **BC**ને લંબાવતા તે બિંદુ **F**માં મળે છે. **CF**ની લંબાઈ શોધો.




અહીં, ABCD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ હોવાથી, AB ∥ CD અને AD ∥ BC.

તે પરથી, DE ∥ AB અને CF ∥ AD મળે.

AE એ $\angle A$નો દ્વિભાજક છે.

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

DE ∥ ABની છેદિકા AE દ્વારા બનતા અંત:યુગ્મકોણ સમાન હોય.

$\therefore \angle 1 = \angle 3$

$\therefore \angle 2 = \angle 3$

વળી, $\Delta$ADEમાં $\angle 2 = \angle 3$ હોવાથી, AD = DE = 6 સેમી મળે.

હવે, CE = CD – DE = AB – DE

= (10 – 6) સેમી = 4 સેમી.

વળી, $\angle 3 = \angle 4$ (અભિકોણ)

અને $\angle 2 = \angle 5$ (AD ∥ CFની છેદિકા AF દ્વારા બનતા અંત:યુગ્મકોણ)

હવે, $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 3 = \angle 4$ અને $\angle 2 = \angle 5$

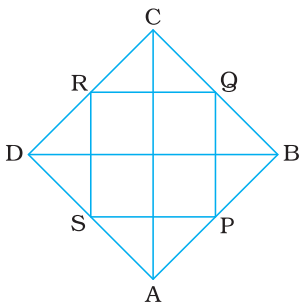
$\therefore \angle 4 = \angle 5$

આમ, $\Delta$CEFમાં $\angle CEF = \angle CFE$

$\therefore$ CF = CE

$\therefore$ CF = 4 સેમી

**3.** **AC = BD** હોય તેવા ચતુષ્કોણ **ABCD**માં બાજુઓ **AB, BC, CD** અને **DA**નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે **P, Q, R** અને **S** છે. સાબિત કરો કે, **PQRS** સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.




ચતુષ્કોણ ABCDમાં AC = BD ... ... (1)

$\Delta$ABCમાં P અને Q અનુક્રમે AB અને BCના મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore$ PQ = $\frac{1}{2}$AC ... ... (2)

તે જ રીતે, $\Delta$BCDમાં QR = $\frac{1}{2}$BD ... ... (3)

$\Delta$ACDમાં RS = $\frac{1}{2}$AC ... ... (4)

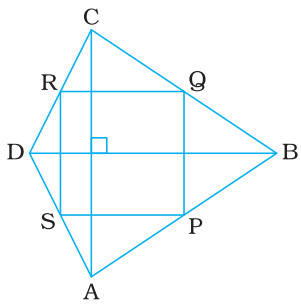
અને $\Delta$ABDમાં SP = $\frac{1}{2}$BD ... ... (5)

પરિણામ (1), (2), (3), (4) અને (5) પરથી,

PQ = QR = RS = SP

આથી ચતુષ્કોણ PQRS સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

**4.** **AC ⊥ BD** હોય તેવા ચતુષ્કોણ **ABCD**માં, બાજુઓ **AB, BC, CD** અને **DA**નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે **P, Q, R** અને **S** છે. સાબિત કરો કે, **PQRS** લંબચોરસ છે.




$\Delta$ABCમાં PQ ∥ AC.

$\Delta$ACDમાં RS ∥ AC.

$\therefore$ PQ ∥ RS ... ... (1)

$\Delta$ABDમાં PS ∥ BD

$\Delta$CBDમાં RQ ∥ BD

$\therefore$ PS ∥ RQ ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી સાબિત થાય છે કે, PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

હવે, PQ ∥ AC, PS ∥ BD અને AC ⊥ BD છે.

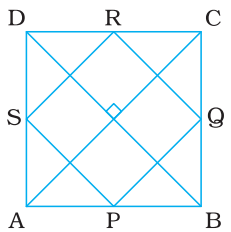
આથી PQ ⊥ PS થાય.

એટલે કે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRSનો $\angle P$ કાટખૂણો છે.

આથી PQRSના બધા જ ખૂણા કાટખૂણા છે.

માટે, PQRS લંબચોરસ છે.

**5.** **AC = BD** અને **AC ⊥ BD** હોય તેવા ચતુષ્કોણ **ABCD**માં, બાજુઓ **AB, BC, CD** અને **DA**નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે **P, Q, R** અને **S** છે. સાબિત કરો કે, **PQRS** ચોરસ છે.



$\Delta ABD$માં $PS \parallel BD$ અને $PS = \frac{1}{2} BD$

$\Delta CBD$માં $RQ \parallel BD$ અને $RQ = \frac{1}{2} BD$

$\therefore PS \parallel RQ$ અને $PS = RQ = \frac{1}{2} BD$

$\Delta ABC$માં $PQ \parallel AC$ અને $PQ = \frac{1}{2} AC$

$\Delta DAC$માં $RS \parallel AC$ અને $RS = \frac{1}{2} AC$

$\therefore PQ \parallel RS$ અને $PQ = RS = \frac{1}{2} AC$

હવે $AC = BD$ હોવાથી,

$PQ = RS = PS = RQ$.

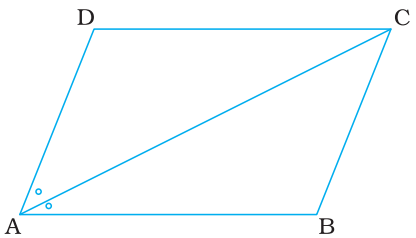
$\therefore$ ચતુષ્કોણ PQRS સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

વળી, $AC \perp BD$ હોવાથી, $PQ \perp QR$.

આમ, સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં $\angle Q$ (અને તેથી બધા જ ખૂણા) કાટખૂણો છે.

આથી PQRS ચોરસ છે.

**6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનો વિકર્ણ તેના એક ખૂણાને દુભાગે, તો સાબિત કરો કે તે સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.**




સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDનો વિકર્ણ AC $\angle A$ને દુભાગે છે.

$\therefore \angle BAC = \angle DAC$.

વળી, $AB \parallel CD$ની છેદિકા AC દ્વારા બનતા અંતઃયુગ્મકોણ સમાન હોય.

$\therefore \angle BAC = \angle DCA$.

આથી $\Delta DAC$માં $\angle DAC = \angle DCA$ થાય.

$\therefore AD = DC$.

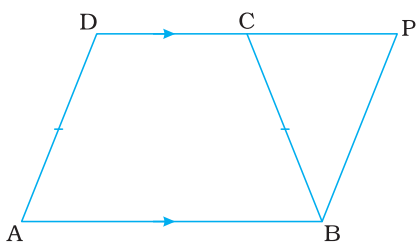
આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDની પાસપાસેની બાજુઓની એક જોડ સમાન છે.

આથી ABCDની બધી જ બાજુઓ સમાન થાય.

આમ, ABCD સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

**7.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**8. ચતુષ્કોણ ABCDમાં $AB \parallel DC$ અને $AD = BC$ છે. સાબિત કરો કે, $\angle A = \angle B$ અને $\angle C = \angle D$ છે.**




બિંદુ Bમાંથી ADને સમાંતર હોય તેવી રેખા દોરો, જે લંબાવેલ DCને બિંદુ Pમાં છેદે.

$AB \parallel DC$ હોવાથી $AB \parallel DP$ થાય.

ચતુષ્કોણ ABPDમાં $AB \parallel DP$ અને $AD \parallel BP$.

$\therefore$ ABPD સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

$\therefore \angle DAB = \angle DPB$ એટલે કે $\angle DAB = \angle CPB$ ... ... (1)

વળી, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABPDમાં $AD = BP$.

$AD = BC$ આપેલ છે.

$\therefore BP = BC$.

$\Delta BPC$માં $BP = BC$ હોવાથી $\angle BPC = \angle BCP$ ... ... (2)

હવે $AB \parallel CP$ની છેદિકા BC દ્વારા બનતા અંતઃયુગ્મકોણ સમાન હોય.

$\therefore \angle BCP = \angle ABC$ ... ... (3)

પરિણામ (1), (2) અને (3) પરથી,

$\angle DAB = \angle ABC$

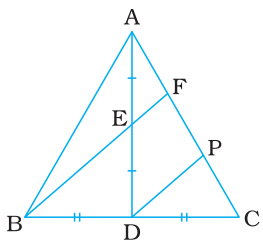
એટલે કે ચતુષ્કોણ ABCDમાં $\angle A = \angle B$.

ચતુષ્કોણ ABCDમાં $AB \parallel CD$ હોવાથી $\angle D = 180° - \angle A$ અને $\angle C = 180° - \angle B$ અને $\angle A = \angle B$.

આ પરથી $\angle C = \angle D$ સાબિત થાય છે.

**9.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમમાંથી

**10. $\Delta ABC$માં, મધ્યગા ADનું મધ્યબિંદુ E છે તથા BEને લંબાવતા તે ACને Fમાં છેદે છે. સાબિત કરો કે, $AF = \frac{1}{3} AC$.**




બિંદુ Dમાંથી BFને સમાંતર રેખા દોરો, જે ACને Pમાં છેદે.

$\Delta BCF$માં $DP \parallel BF$ અને D એ BCનું મધ્યબિંદુ છે.

(∵ AD મધ્યગા છે.)

$\therefore$ P એ CFનું મધ્યબિંદુ થાય.

$\therefore CP = PF$ ... ... (1)

$\Delta ADP$માં $EF \parallel DP$ અને E એ ADનું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore$ F એ APનું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore AF = PF$ ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$AF = PF = CP$.

વળી, $AF + PF + CP = AC$

$\therefore AF = \frac{1}{3} AC$.

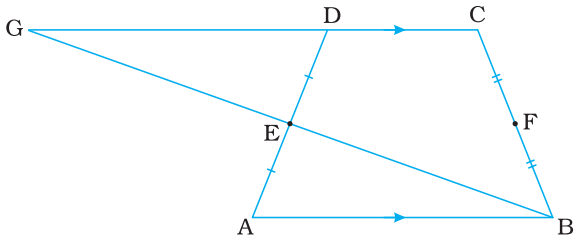
**11. સાબિત કરો કે, ચોરસની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને ક્રમમાં જોડવાથી બનતો ચતુષ્કોણ પણ ચોરસ છે.**

ચોરસના વિકર્ણો સમાન હોય છે તથા પરસ્પર લંબ હોય છે.

આગળના દાખલા નં. 5ના ઉકેલને અનુસરો.

**12. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCDમાં, સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ AD અને BCનાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે E અને F છે. સાબિત કરો કે, EF ∥ AB અને $EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$.**

**[સૂચન : BEને જોડો અને તેને લંબાવો કે જેથી તે લંબાવેલ બાજુ CDને Gમાં છેદે.]**




BEને જોડો અને તેને લંબાવો કે જેથી તે લંબાવેલ CDને Gમાં છેદે છે.

$\Delta EAB$ અને $\Delta EDG$માં,

$EA = ED$ ($\because$ E એ ADનું મધ્યબિંદુ છે.)

$\angle AEB = \angle DEG$ (અભિકોણ)

$\angle EAB = \angle EDG$ (અંતઃયુગ્મકોણ)

$\therefore$ ખૂબાખૂ શરત મુજબ $\Delta EAB \cong \Delta EDG$

$\therefore AB = DG$ અને $BE = GE$

$\therefore$ E એ BGનું મધ્યબિંદુ છે.

હવે, $CG = GD + DC = AB + CD$

$\Delta BCG$માં E એ BGનું અને F એ BCનું મધ્યબિંદુ છે.

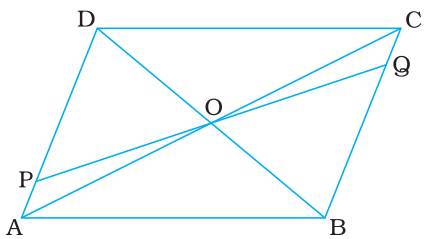
$\therefore EF = \frac{1}{2}CG$

$\therefore EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$

**13. સાબિત કરો કે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ખૂણાઓના દ્વિભાજકોથી બનતો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.**

જુઓ પાઠ્યપુસ્તકનું ઉદાહરણ નં. **5**

**14. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં P અને Q એ અનુક્રમે સામસામેની બાજુઓ AD અને BC પર આવેલા એવાં બિંદુઓ છે કે જેથી PQ વિકર્ણ AC અને BDના છેદબિંદુ Oમાંથી પસાર થાય. સાબિત કરો કે, બિંદુ O એ PQને દુભાગે છે.**




સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો બિંદુ Oમાં છેદે છે.

તેથી O એ ACનું તેમજ BDનું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore OA = OC$ અને $OB = OD$

$\Delta OAP$ અને $\Delta OCQ$માં,

$\angle AOP = \angle COQ$ (અભિકોણ)

$OA = OC$

$\angle OAP = \angle OCQ$

(AD ∥ BC ની છેદિકા AC દ્વારા બનતા અંતઃયુગ્મકોણ)

$\therefore$ ખૂબાખૂ શરત મુજબ $\Delta OAP \cong \Delta OCQ$.

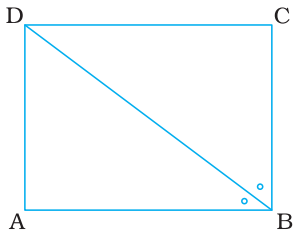
$\therefore OP = OQ$

વળી, $OP + OQ = PQ$

$\therefore OP = OQ = \frac{1}{2}PQ$.

આમ, બિંદુ O એ PQને દુભાગે છે.

**15. લંબચોરસ ABCDમાં વિકર્ણ BD એ $\angle B$ને દુભાગે છે. સાબિત કરો કે, ABCD ચોરસ છે.**




લંબચોરસ ABCDમાં વિકર્ણ BD એ $\angle B$ને દુભાગે છે.

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$ ... ... (1)

હવે, BC ∥ DAને છેદિકા BD દ્વારા બનતા અંતઃયુગ્મકોણ સમાન હોય.

$\therefore \angle CBD = \angle ADB$ ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$\angle ABD = \angle ADB$

$\therefore \Delta ABD$માં $AD = AB$.

આમ, લંબચોરસ ABCDની પાસપાસેની બાજુઓ AD અને AB સમાન છે.

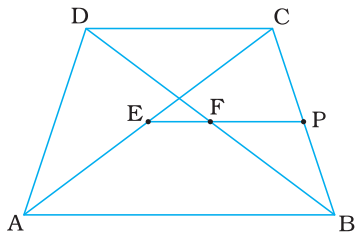
માટે, ABCDની ચારેય બાજુઓ સમાન છે.

આથી ABCD ચોરસ છે.

**16. $\Delta ABC$માં, બાજુઓ AB, BC અને CAનાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે D, E અને F છે. મધ્યબિંદુઓ D, E અને F ને જોડતાં $\Delta ABC$ ચાર એકરૂપ ત્રિકોણોમાં વિભાજિત થાય છે તેમ સાબિત કરો.**

જુઓ પાઠ્યપુસ્તકનું ઉદાહરણ નં. **6**

**17.** સાબિત કરો કે, સમલંબ ચતુષ્કોણમાં, વિકર્ણોનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતી રેખા સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓને સમાંતર હોય છે.




સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCDમાં AB ∥ CD છે તથા E અને F અનુક્રમે વિકર્ણ AC તથા વિકર્ણ BDના મધ્યબિંદુ છે. ધારો કે, BCનું મધ્યબિંદુ P છે.

Δ ABCમાં E અને P અનુક્રમે CA અને CBના મધ્યબિંદુ છે.

∴ PE ∥ AB.

વળી, AB ∥ CD.

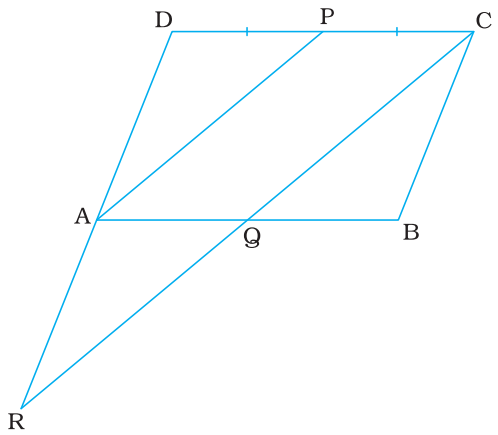
∴ PE ∥ CD

Δ BCDમાં BCના મધ્યબિંદુ Pમાંથી DCને સમાંતર રેખા BDને દુભાગે.

∴ PE એ BDના મધ્યબિંદુ Fમાંથી પસાર થાય.

આમ, EF એ CDને તેમજ ABને સમાંતર થાય.

**18.** સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ **ABCD**માં બાજુ **CD**નું મધ્યબિંદુ **P** છે. **C**માંથી પસાર થતી અને **PA**ને સમાંતર હોય તેવી રેખા, **AB**ને **Q**માં અને લંબાવેલ રેખા **DA**ને **R**માં છેદે છે. સાબિત કરો કે, **DA = AR** અને **CQ = QR.**




અહીં, Δ DRCમાં P એ CDનું મધ્યબિંદુ છે અને PA ∥ CR છે.

આથી A એ DRનું મધ્યબિંદુ છે.

∴ DA = AR

હવે, Δ RDCમાં A એ RDનું મધ્યબિંદુ છે

તથા DC ∥ AQ (∵ DC ∥ AB).

∴ Q એ RCનું મધ્યબિંદુ છે.

∴ CQ = QR.

# 9 વર્તુળ (CIRCLES)

## સ્વાધ્યાય 9.1

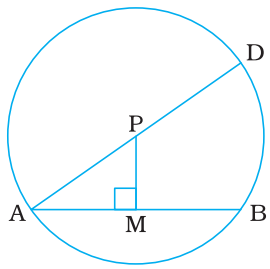
**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 10વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

**1.** AD એ વર્તુળનો વ્યાસ છે અને AB એ જીવા છે. જો AD = 34 સેમી, AB = 30 સેમી, તો વર્તુળના કેન્દ્રથી ABનું અંતર ..... .

A. 17 સેમી B. 15 સેમી C. 4 સેમી D. 8 સેમી

**જવાબ :** D. 8 સેમી

**ઉકેલ :**




AD = વ્યાસ = 34 સેમી

$\therefore$ PA = ત્રિજ્યા = 17 સેમી

PM $\perp$ AB લેતાં,

AM = $\frac{1}{2}$ AB = $\frac{1}{2}$ (30) સેમી = 15 સેમી

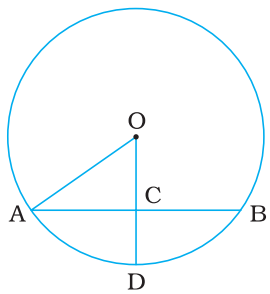
$\Delta$ PMAમાં, $\angle$M = 90° હોવાથી,

$PM = \sqrt{PA^2 - AM^2}$

$= \sqrt{17^2 - 15^2}$

$= \sqrt{289 - 225} = \sqrt{64} = 8$ સેમી

**2.** આકૃતિમાં જો OA = 5 સેમી, AB = 8 સેમી અને OD એ ABને લંબ હોય, તો CD = ..... .




A. 2 સેમી B. 3 સેમી C. 4 સેમી D. 5 સેમી

**જવાબ :** A. 2 સેમી

**ઉકેલ :** OA = OD = 5 સેમી (ત્રિજ્યા)

OD $\perp$ AB હોવાથી AC = $\frac{1}{2}$ AB = $\frac{1}{2}$ (8) = 4 સેમી

$\Delta$ OCAમાં $\angle$C = 90° હોવાથી,

$OC = \sqrt{OA^2 - AC^2}$

$= \sqrt{5^2 - 4^2}$

$= \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ સેમી

હવે, CD = OD – OC = (5 – 3) સેમી = 2 સેમી

**3.** જો AB = 12 સેમી, BC = 16 સેમી અને AB એ BCને લંબ હોય, તો બિંદુઓ A, B અને Cમાંથી પસાર થતા વર્તુળની ત્રિજ્યા ..... .

A. 6 સેમી B. 8 સેમી C. 10 સેમી D. 12 સેમી

**જવાબ :** C. 10 સેમી

**ઉકેલ :** $\Delta$ ABCમાં AB $\perp$ BC હોવાથી $\angle$B = 90°

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

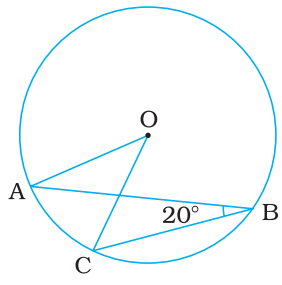
$= \sqrt{12^2 + 16^2}$

$= \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$ સેમી

$\Delta$ ABC કાટકોણ ત્રિકોણ છે, જેમાં AC કર્ણ છે.

$\therefore$ બિંદુઓ A, B અને Cમાંથી પસાર થતા વર્તુળની ત્રિજ્યા = $\frac{\text{વ્યાસ AC}}{2} = \frac{20}{2} = 10$ સેમી

**4.** જો આકૃતિમાં $\angle$ABC = 20° હોય, તો $\angle$AOC = ..... .



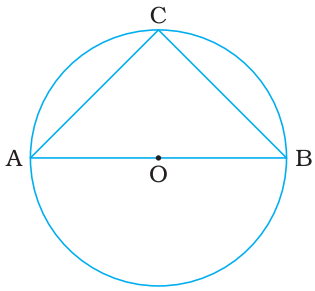

A. 20° B. 40° C. 60° D. 10°

**જવાબ :** B. 40°

**ઉકેલ :** $\angle$AOC = 2 $\angle$ABC (પ્રમેય 9.7)

$= 2 \times 20° = 40°$

**5.** જો આકૃતિમાં AOB એ વર્તુળનો વ્યાસ હોય અને AC = BC, તો ∠CAB = ..... .




A. 30° B. 60° C. 90° D. 45°

**જવાબ :** D. 45°

**ઉકેલ :** AOB વ્યાસ હોવાથી ∠ACB અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો છે.

∴ ∠ACB = 90°

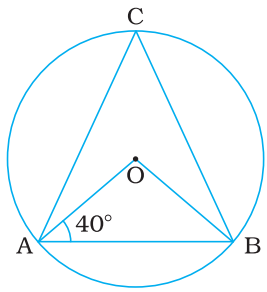
∴ ∠CAB + ∠CBA = 90°

વળી, Δ CABમાં AC = BC હોવાથી,

∠CAB = ∠CBA

∴ $\angle CAB = \angle CBA = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

**6.** જો આકૃતિમાં ∠OAB = 40° હોય, તો ∠ACB = ..... .




A. 50° B. 40° C. 60° D. 70°

**જવાબ :** A. 50°

**ઉકેલ :** Δ OABમાં OA = OB (ત્રિજ્યા)

∴ ∠OAB = ∠OBA = 40°

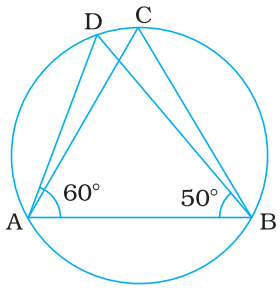
Δ OABમાં ∠AOB = 180° – (∠OAB + ∠OBA)

= 180° – (40° + 40°) = 100°

હવે, $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$ (પ્રમેય 9.7)

∴ $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$

**7.** જો આકૃતિમાં ∠DAB = 60°, ∠ABD = 50° હોય, તો ∠ACB = ..... .




A. 60° B. 50° C. 70° D. 80°

**જવાબ :** C. 70°

**ઉકેલ :** Δ DABમાં

∠ADB = 180° – (∠DAB + ∠DBA)

= 180° – (60° + 50°)

= 70°

હવે, ∠ACB = ∠ADB (પ્રમેય 9.8)

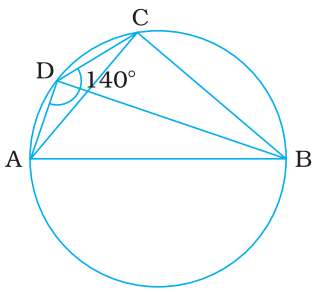
∴ ∠ACB = 70°

**8.** જેમાં AB એ પરિવૃત્તનો વ્યાસ હોય તેવો ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD છે. જો ∠ADC = 140° હોય, તો ∠BAC = ..... .

A. 80° B. 50° C. 40° D. 30°

**જવાબ :** B. 50°

**ઉકેલ :**




ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો AC અને BD દોરો.

અહીં, ∠ADB એ અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો છે.

∴ ∠ADB = 90°

હવે,

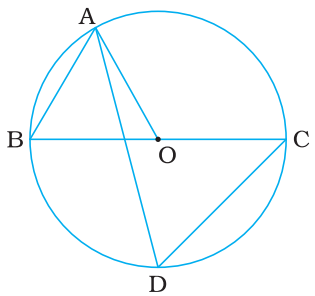
∠BDC = ∠ADC – ∠ADB = 140° – 90° = 50°

∠BDC અને ∠BAC એક વૃત્તખંડના ખૂણા છે.

∴ ∠BAC = ∠BDC (પ્રમેય 9.8)

∴ ∠BAC = 50°

**9.** આકૃતિમાં BC એ વર્તુળનો વ્યાસ છે અને ∠BAO = 60°, તો ∠ADC = ..... .




A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°

**જવાબ :** C. 60°

**ઉકેલ :** Δ BAOમાં OB = OA (ત્રિજ્યા)

∴ ∠BAO = ∠ABO

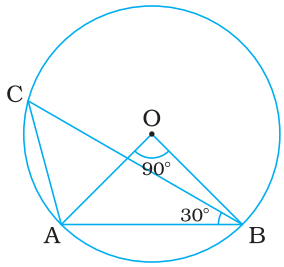
∴ 60° = ∠ABO

∴ ∠ABC = 60°

હવે, ∠ADC = ∠ABC (પ્રમેય 9.8)

∴ ∠ADC = 60°

**10.** આકૃતિમાં $\angle AOB = 90°$ અને $\angle ABC = 30°$ હોય, તો $\angle CAO =$ ..... .




A. 30° B. 45° C. 90° D. 60°

જવાબ : D. 60°

ઉકેલ : $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$ (પ્રમેય 9.7)

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}(90°) = 45°$

$\Delta OAB$માં $\angle OAB = \angle OBA$ અને $\angle AOB = 90°$

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \frac{(180° - 90°)}{2} = 45°$

$\Delta CAB$માં,

$\angle CAB = 180° - (\angle ACB + \angle ABC)$

$= 180° - (45° + 30°)$

$= 180° - 75°$

$= 105°$

હવે, $\angle CAO = \angle CAB - \angle OAB$

$= 105° - 45°$

$= 60°$

## સ્વાધ્યાય 9.2

**નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો :**

**1. વર્તુળની બે જીવાઓ AB અને CD કેન્દ્રથી 4 સેમી અંતરે હોય, તો AB = CD.**

જવાબ : **સત્ય**, કારણ કે પ્રમેય 9.6 મુજબ કેન્દ્રથી સમાન અંતરે આવેલી જીવાઓ સમાન હોય.

**2. O કેન્દ્રિત વર્તુળની બે જીવાઓ AB અને AC એ OAની વિરુદ્ધ બાજુએ હોય, તો $\angle OAB = \angle OAC$.**

જવાબ : **અસત્ય**, જો અહીં AB અને AC સમાન જીવાઓ હોય, એટલે કે AB = AC હોય, તો $\angle OAB = \angle OAC$ થાય.

**3. O અને O′ કેન્દ્રવાળાં બે એકરૂપ વર્તુળો એકબીજાને A અને B બિંદુઓમાં છેદે, તો $\angle AOB = \angle AO'B$.**

જવાબ : **સત્ય**, પ્રમેય 9.1 મુજબ બે એકરૂપ વર્તુળોની સમાન (અહીં સામાન્ય) જીવા કેન્દ્રો આગળ સમાન ખૂણા આંતરે.

**4. ત્રણ સમરેખ બિંદુઓમાંથી એક વર્તુળ દોરી શકાય.**

જવાબ : **અસત્ય**, કારણ કે વર્તુળના કોઈ પણ ત્રણ ભિન્ન બિંદુઓ સમરેખ ન હોઈ શકે, એટલે કે ત્રણ ભિન્ન સમરેખ બિંદુમાંથી એક પણ વર્તુળ દોરી ન શકાય.

**5. એકબીજાથી 6 સેમી દૂર આવેલાં બે બિંદુઓ A અને Bમાંથી પસાર થતું 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરી શકાય.**

જવાબ : **સત્ય**, કારણ કે ABને વ્યાસ લઈને દોરેલ વર્તુળ આપેલ શરતોનું પાલન કરે.

**6. જો AOB વર્તુળનો વ્યાસ હોય અને C એ વર્તુળ પરનું બિંદુ હોય, તો $AC^2 + BC^2 = AB^2$.**

જવાબ : **સત્ય**, અહીં $\angle C$ એ અર્ધવર્તુળને અંતર્ગત ખૂણો હોવાથી કાટકોણ થાય અને તેથી $\Delta ACB$માં $AC^2 + BC^2 = AB^2$ થાય.

**7. જેમાં $\angle A = 90°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 95°$ અને $\angle D = 105°$ હોય તેવો ચક્રીય ચતુષ્કોણ ABCD મળે.**

જવાબ : **અસત્ય**, કારણ કે $\angle A + \angle C = 185° \neq 180°$ તથા $\angle B + \angle D = 175° \neq 180°$.

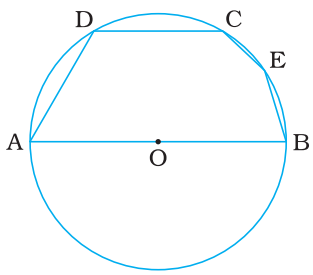
**8. જો A, B, C, D ચાર બિંદુઓ હોય, કે જેમાં $\angle BAC = 30°$ અને $\angle BDC = 60°$, તો D એ A, B અને Cમાંથી પસાર થતા વર્તુળનું કેન્દ્ર હોય.**

જવાબ : **અસત્ય**, કારણ કે $\angle BAC = 30°$ અને $\angle BDC = 60°$ થાય તેવાં અસંખ્ય બિંદુઓ મળે અને તે દરેક બિંદુઓ માટે બિંદુ D એ A, B, Cમાંથી પસાર થતા વર્તુળનું કેન્દ્ર ન હોઈ શકે.

**9. જો ચાર બિંદુઓ A, B, C અને D માટે, $\angle BAC = 45°$ અને $\angle BDC = 45°$ હોય, તો A, B, C, D વૃત્તીય છે.**

જવાબ : **અસત્ય**, કારણ કે અહીં બિંદુ A તથા D એ રેખાની એક જ તરફ આવેલ છે તે શરત આપેલ નથી. જો A અને D રેખા BCની એક જ બાજુએ હોય અને $\angle BAC = \angle BDC$ હોય, તો એક જ વૃત્તખંડના $\angle A$ અને $\angle D$ના કારણે A, B, C, D વૃત્તીય થાય.

**10. આકૃતિમાં જો AOB વ્યાસ હોય અને $\angle ADC = 120°$, તો $\angle CAB = 30°$.**




જવાબ : **સત્ય**, BD અને AC દોરવાથી $\angle BDC$ અને $\angle CAB$ મળે, જે એક જ વૃત્તખંડના ખૂણા હોવાથી સમાન થાય, એટલે કે $\angle CAB = \angle BDC$.

હવે, $\angle BDC = \angle ADC - \angle ADB$

$= 120° - 90°$ ($\because \angle ADB$ અર્ધવર્તુળમાં

$= 30°$ અંતર્ગત ખૂણો છે.)

$\therefore \angle CAB = 30°$

## સ્વાધ્યાય 9.3

**1. જો કોઈ વર્તુળનાં ચાપ AXB અને CYD એકરૂપ હોય, તો AB અને CDનો ગુણોત્તર શોધો.**

વર્તુળનાં ચાપ AXB અને CYD એકરૂપ છે.

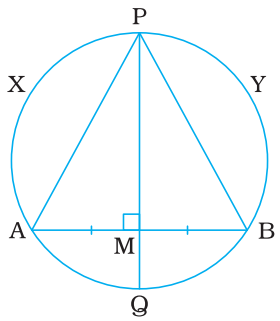
$\therefore$ તેમને અનુરૂપ જીવાઓ AB અને CD પણ એકરૂપ હોય.

$\therefore$ AB = CD

$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{1}{1}$

$\therefore$ AB : CD = **1 : 1**

**2. જો વર્તુળ PXAQBYની જીવા ABનો લંબદ્વિભાજક, વર્તુળને P અને Qમાં છેદે, તો સાબિત કરો કે ચાપ PXA $\cong$ ચાપ PYB.**




ધારો કે, ABનો લંબદ્વિભાજક PQ એ ABને Mમાં છેદે છે.

હવે, $\Delta$ PMA અને $\Delta$ PMBમાં,

MA = MB (PQ એ ABને દુભાગે છે.)

$\angle$PMA = $\angle$PMB = 90°

અને PM = PM (સામાન્ય)

$\therefore \Delta$ PMA $\cong \Delta$ PMB (બાખૂબા)

$\therefore$ PA = PB

આમ, આપેલ વર્તુળની જીવાઓ PA અને PB એકરૂપ છે.

આથી તેઓને સંગત ચાપ અનુક્રમે PXA અને PYB પણ એકરૂપ છે.

$\therefore$ ચાપ PXA $\cong$ ચાપ PYB

**3. A, B અને C વર્તુળ પરનાં ત્રણ બિંદુઓ છે. સાબિત કરો કે, AB, BC અને CAના લંબદ્વિભાજકો સંગામી છે.**

ધારો કે, A, B અને C એ O કેન્દ્રિત વર્તુળ પરનાં બિંદુઓ છે.

આથી AB, BC અને CA એ O કેન્દ્રિત વર્તુળની જીવાઓ છે.

જીવા ABનો લંબદ્વિભાજક વર્તુળના કેન્દ્ર Oમાંથી પસાર થાય.

તે જ રીતે જીવા BC અને જીવા CAના લંબદ્વિભાજક પણ વર્તુળના કેન્દ્ર Oમાંથી પસાર થાય.

આમ, AB, BC અને CAના લંબદ્વિભાજકો O બિંદુમાં સંગામી છે.

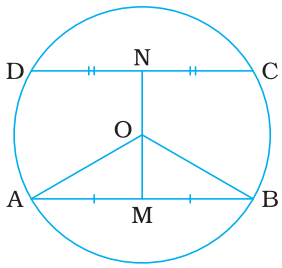
**4. AB અને AC વર્તુળની બે સમાન જીવાઓ છે. સાબિત કરો કે, $\angle$BACનો દ્વિભાજક વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય છે.**

AB અને AC વર્તુળની સમાન જીવાઓ છે. માટે AB અને AC એ વર્તુળના કેન્દ્રથી સમાન અંતરે છે. બીજી રીતે, વર્તુળનું કેન્દ્ર AB અને ACથી સમાન અંતરે છે.

હવે, $\angle$BACના દ્વિભાજક પરનું દરેક બિંદુ AB અને ACથી સમાન અંતરે હોય, તેમ જ પ્રતીપ તરીકે AB અને ACથી સમાન અંતરે આવેલ દરેક બિંદુ $\angle$BACના દ્વિભાજક પર હોય.

આથી $\angle$BACનો દ્વિભાજક વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય છે.

**5. વર્તુળની બે જીવાઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ, વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થાય, તો સાબિત કરો કે બંને જીવાઓ સમાંતર છે.**




O કેન્દ્રિત વર્તુળની જીવા AB અને CDનાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે M અને N છે તથા MN કેન્દ્ર Oમાંથી પસાર થાય છે.

$\Delta$ OMA અને $\Delta$ OMBમાં AM = BM, OA = OB (ત્રિજ્યા) અને OM = OM (સામાન્ય)

$\therefore$ બાબાબા શરત મુજબ $\Delta$ OMA $\cong \Delta$ OMB

$\therefore \angle$ OMA = $\angle$ OMB

વળી, $\angle$ OMA + $\angle$ OMB = 180°

$\therefore \angle$ OMA = $\angle$ OMB = $\frac{180°}{2}$ = 90°

આમ, MN $\perp$ AB થાય.

તે જ રીતે, MN $\perp$ CD થાય.

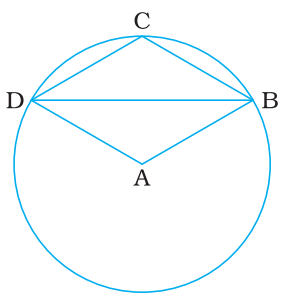
હવે, $\angle$ DNM = $\angle$ BMN = 90°

$\angle$ DNM અને $\angle$ BMN એ રેખાઓ AB અને CDની છેદિકા MN વડે બનતા અંતઃયુગ્મકોણ છે અને સમાન છે.

$\therefore$ AB $\parallel$ CD

આમ, બંને જીવાઓ સમાંતર છે.

**6. ABCD એક ચતુષ્કોણ છે. A કેન્દ્રવાળું વર્તુળ B, C અને Dમાંથી પસાર થાય છે. સાબિત કરો કે, $\angle$ CBD + $\angle$ CDB = $\frac{1}{2}$ $\angle$ BAD.**




અહીં, વિપરીત $\angle$ BAD = 2 $\angle$ BCD (પ્રમેય 9.7)

$\therefore$ 360° – વિપરીત $\angle$ BAD = 360° – 2$\angle$ BCD

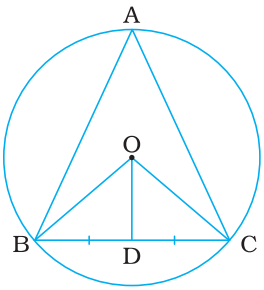
$\therefore \angle$ BAD = 360° – 2(180° – $\angle$ CBD – $\angle$ CDB)

$\therefore \angle BAD = 360° - 360° + 2\angle CBD + 2\angle CDB$

$\therefore \angle BAD = 2(\angle CBD + \angle CDB)$

$\therefore \angle CBD + \angle CDB = \frac{1}{2}\angle BAD$

**7. O એ $\Delta$ ABCનું પરિકેન્દ્ર છે અને D એ આધાર BCનું મધ્યબિંદુ છે. સાબિત કરો કે, $\angle BOD = \angle A$.**




O એ $\Delta$ ABCનું પરિકેન્દ્ર છે.

$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ ... ... (1)

D એ BCનું મધ્યબિંદુ છે અને OD એ BCના મધ્યબિંદુને કેન્દ્ર O સાથે જોડે છે.

$\therefore OD \perp BC$

$\therefore \angle ODB = \angle ODC = 90°$

$\Delta$ ODB અને $\Delta$ ODCમાં, BD = CD,

$\angle ODB = \angle ODC$ અને OD = OD,

$\therefore$ બાખૂબા શરત મુજબ $\Delta ODB \cong \Delta ODC$

$\therefore \angle BOD = \angle COD$

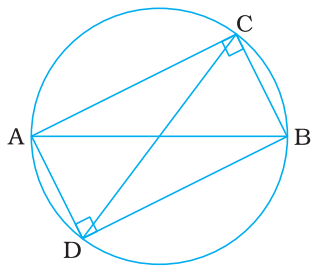
પરંતુ, $\angle BOD + \angle COD = \angle BOC$

$\therefore \angle BOD = \frac{1}{2}\angle BOC$ ... ... (2)

પરિણામ (1) અને (2) પરથી,

$\angle BOD = \angle BAC$, એટલે કે, $\angle BOD = \angle A$.

**8. સામાન્ય કર્ણ AB પર બે કાટકોણ ત્રિકોણો ACB અને ADB એકબીજાથી વિરુદ્ધ અર્ધતલમાં આવેલા છે. સાબિત કરો કે, $\angle BAC = \angle BDC$.**




કાટકોણ $\Delta$ ACBમાં AB કર્ણ છે, તેથી $\angle C = 90°$.

આથી બિંદુ C એ AB વ્યાસ હોય તેવા અર્ધવર્તુળનું બિંદુ છે.

તે જ રીતે, કાટકોણ $\Delta$ ADBમાં AB કર્ણ છે, તેથી $\angle D = 90°$.

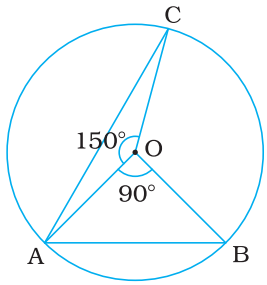
આથી બિંદુ D એ AB વ્યાસ હોય તેવા અર્ધવર્તુળનું બિંદુ છે.

વળી, C અને D ABના વિરુદ્ધ અર્ધતલમાં છે.

અહીં, $\angle BAC$ અને $\angle BDC$ એક જ વૃત્તખંડના ખૂણા થાય છે.

$\therefore \angle BAC = \angle BDC$ (પ્રમેય 9.8)

**9. વર્તુળની બે જીવાઓ AB અને AC કેન્દ્ર આગળ અનુક્રમે 90° અને 150°ના ખૂણાઓ આંતરે છે. જો AB અને AC કેન્દ્રની વિરુદ્ધ બાજુએ હોય, તો $\angle BAC$ શોધો.**




કેન્દ્ર O આગળ બનતા ખૂણાઓ $\angle AOB$, $\angle BOC$ અને $\angle AOC$નો સરવાળો 360° થાય.

$\therefore \angle AOB + \angle BOC + \angle AOC = 360°$

$\therefore 90° + \angle BOC + 150° = 360°$

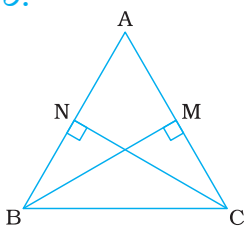
$\therefore \angle BOC = 120°$

હવે, $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ (પ્રમેય 9.7)

$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \times 120°$

$\therefore$ **$\angle BAC = 60°$**

**10. જો BM અને CN ત્રિકોણ ABCની બાજુઓ AC અને AB પર દોરેલા લંબ હોય, તો સાબિત કરો કે બિંદુઓ B, C, M અને N વૃત્તીય છે.**



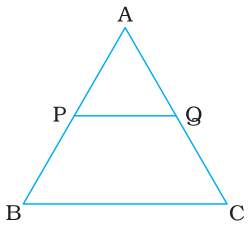

$\Delta$ ABCમાં BM અને CN લંબ છે.

$\therefore \angle BMC = \angle CNB = 90°$

આમ, રેખાખંડ BC એક તરફનાં (A તરફનાં) બે બિંદુઓ M અને N એ સમાન ખૂણા આંતરે છે.

આથી પ્રમેય 9.9 મુજબ બિંદુઓ B, C, M અને N વૃત્તીય છે.

**11. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને સમાંતર દોરેલી રેખા, સમાન બાજુઓને છેદે, તો સાબિત કરો કે તેથી રચાતો ચતુષ્કોણ ચક્રીય છે.**




$\Delta$ ABCમાં AB = AC

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$

$\therefore \angle PBC = \angle QCB$

BC || PQ અને AB તેની છેદિકા છે.

$\therefore \angle PBC + \angle BPQ = 180°$

(છેદિકાની એક જ બાજુના અંતકોણ)

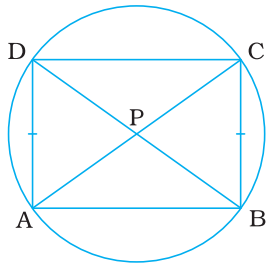
$\therefore \angle QCB + \angle BPQ = 180°$

આમ, ચતુષ્કોણ BPQCમાં સામસામેના ખૂણાની એક જોડ પૂરકકોણ છે.

આથી $\angle PBC + \angle PQC = 180°$ પણ થાય.

આથી ચતુષ્કોણ BPQC ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.

**12. જો ચક્રીય ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એક જોડ સમાન હોય, તો સાબિત કરો કે તેના વિકર્ણો પણ સમાન હોય છે.**




ધારો કે, ચક્રીય ચતુષ્કોણના વિકર્ણો બિંદુ Pમાં છેદે છે.

$\Delta PAD$ અને $\Delta PBC$માં,

$\angle PAD = \angle PBC$ (પ્રમેય 9.8)

$\angle PDA = \angle PCB$ (પ્રમેય 9.8)

અને AD = BC (પક્ષ)

$\therefore$ ખૂબાખૂ શરત મુજબ $\Delta PAD \cong \Delta PBC$

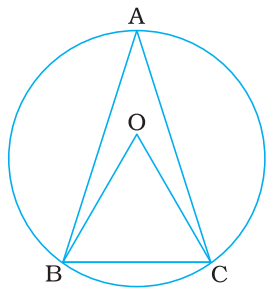
$\therefore$ PA = PB અને PD = PC

આથી PA + PC = PB + PD

$\therefore$ AC = BD

આમ, ચતુષ્કોણ ABCDના વિકર્ણો સમાન છે.

**13. ત્રિકોણ ABCનું પરિકેન્દ્ર O છે. સાબિત કરો કે, $\angle OBC + \angle BAC = 90°$.**




$\Delta OBC$માં, OB = OC = ત્રિજ્યા

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$

હવે, $\angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180°$

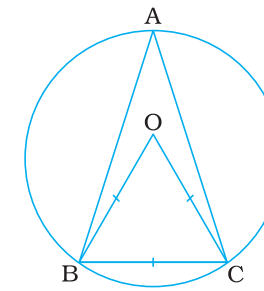
પરંતુ, $\angle BOC = 2 \angle BAC$ (પ્રમેય 9.7)

$\therefore \angle OBC + \angle OBC + 2\angle BAC = 180°$

$\therefore 2(\angle OBC + \angle BAC) = 180°$

$\therefore \angle OBC + \angle BAC = 90°$

**14. વર્તુળની જીવા તેની ત્રિજ્યા જેટલી છે. આ જીવા દ્વારા ગુરુવૃત્તખંડ પર આંતરેલા ખૂણાનું માપ શોધો.**




O વર્તુળ કેન્દ્રિત વર્તુળમાં જીવા AB તેની ત્રિજ્યા OB જેટલી છે.

$\therefore \Delta OBC$માં OB = OC = BC

$\therefore \Delta OBC$ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

$\therefore \angle BOC = 60°$

હવે, પ્રમેય 9.7 મુજબ. $\angle BOC = 2\angle BAC$

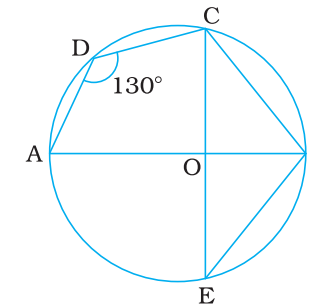
$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

$= \frac{1}{2} \times 60°$

$= 30°$

આમ, માગેલ ખૂણાનું માપ **30°** છે.

**15. આકૃતિમાં $\angle ADC = 130°$, $AB \perp CE$ અને જીવા BC = જીવા BE. $\angle CBE$ શોધો.**




ABCD ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180°$

$\therefore \angle ABC + 130° = 180°$

$\therefore \angle ABC = 50°$

$\therefore \angle OBC = 50°$ ... ... (1)

$AB \perp CE$ હોવાથી, $\angle BOC = \angle BOE = 90°$.

હવે, $\Delta BCE$માં BC = BE હોવાથી $\angle BCO = \angle BEO$ થાય.

$\Delta BOC$ અને $\Delta BOE$ માં, $\angle BOC = \angle BOE$,

$\angle BCO = \angle BEO$ અને BO = BO (સામાન્ય)

$\therefore$ ખૂખૂબા શરત અનુસાર $\Delta BOC \cong \Delta BOE$

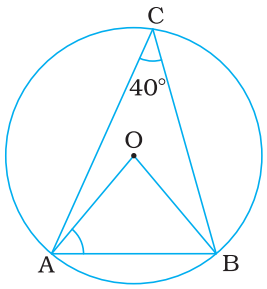
$\therefore \angle OBC = \angle OBE$

$\therefore 50° = \angle OBE$ ((1) મુજબ)

હવે, $\angle CBE = \angle OBC + \angle OBE$

$= 50° + 50° =$ **100°**

**16. આકૃતિમાં ∠ACB = 40° હોય, તો ∠OAB શોધો.**




∠AOB = 2 ∠ACB (પ્રમેય 9.7)

∴ ∠AOB = 2 × 40° = 80°

Δ OABમાં, OA = OB = ત્રિજ્યા

∠OAB = ∠OBA

હવે, Δ OABમાં,

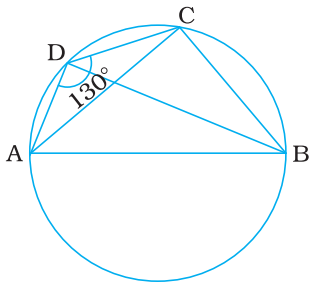
∠OAB + ∠OBA + ∠AOB = 180°

∴ ∠OAB + ∠OAB + 80° = 180°

∴ 2∠OAB = 100°

∴ **∠OAB = 50°**

**17. ચતુષ્કોણ ABCD એ વર્તુળમાં અંતર્ગત છે અને AB એ તેનો વ્યાસ છે અને ∠ADC = 130° હોય, તો ∠BAC શોધો.**




∠ADC = 130°

∠ADB = 90° (અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો)

∠ADC = ∠ADB + ∠BDC

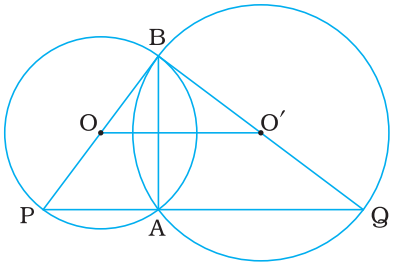
∴ 130° = 90° + ∠BDC

∴ ∠BDC = 40°

હવે, ∠BAC = ∠BDC (એક જ વૃત્તખંડના ખૂણા)

∴ **∠BAC = 40°**

**18. O અને O′ કેન્દ્રિત બે વર્તુળો, બે બિંદુઓ A અને Bમાં છેદે છે. બિંદુ A(અથવા B)માંથી પસાર થતી રેખા PQ, OO′ને સમાંતર છે અને વર્તુળોને P અને Qમાં છેદે છે. સાબિત કરો કે, PQ = 2 OO′.**




અહીં, AB એ બંને વર્તુળોની સામાન્ય જીવા છે. આથી AB ⊥ OO′ થાય તથા OO′ || PQ હોવાથી AB ⊥ PQ થાય. આથી ∠PAB = ∠QAB = 90°. આમ, ∠PAB એ O કેન્દ્રિત વર્તુળના અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો છે. આથી PB એ O કેન્દ્રિત વર્તુળનો વ્યાસ છે. તે જ રીતે QB એ O′ કેન્દ્રિત વર્તુળનો વ્યાસ છે. આથી O એ BPનું અને O′ એ BQનું મધ્યબિંદુ છે.

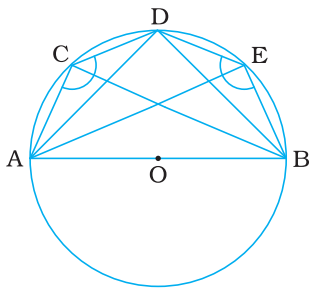
હવે, Δ BPQમાં O અને O′ અનુક્રમે BP અને BQના મધ્યબિંદુ હોવાથી,

મધ્યબિંદુ પ્રમેય મુજબ,

OO′ || PQ અને $OO' = \frac{1}{2} PQ$

∴ **PQ = 2 OO′**

**19. આકૃતિમાં AOB એ વર્તુળનો વ્યાસ છે અને C, D, E અર્ધવર્તુળનાં કોઈ ત્રણ બિંદુઓ છે. ∠ACD + ∠BEDનું માપ શોધો.**




AD, AE, BD અને BC જોડો.

અહીં, ∠ACB = ∠ADB = ∠AEB = 90°

(અર્ધવર્તુળના ખૂણા)

હવે, Δ DABમાં ∠ADB = 90° હોવાથી

∠DAB + ∠DBA = 90° ... ... (1)

વળી, ∠DAB = ∠DCB અને ∠DBA = ∠DEA

(એક જ વૃત્તખંડના ખૂણા)

∴ ∠DCB + ∠DEA = 90° ((1) પરથી)

હવે, ∠ACD + ∠BED

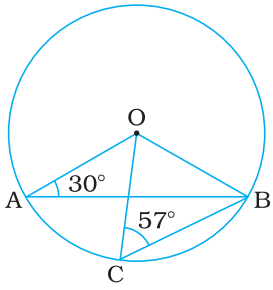
= ∠ACB + ∠DCB + ∠AEB + ∠DEA

= ∠ACB + ∠AEB + (∠DCB + ∠DEA)

= 90° + 90° + 90°

= **270°**

**20. આકૃતિમાં ∠OAB = 30° અને ∠OCB = 57° છે. ∠BOC અને ∠AOC શોધો.**



$\Delta$ OCBમાં OC = OB (ત્રિજ્યા)

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$

$\therefore \angle OBC = 57°$

$\Delta$ OCBમાં

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

$\therefore \angle BOC + 57° + 57° = 180°$

$\therefore \angle BOC + 114° = 180°$

$\therefore \angle \mathbf{BOC = 66°}$

$\Delta$ OABમાં, OA = OB (ત્રિજ્યા)

$\therefore \angle OBA = \angle OAB = 30°$

$\Delta$ OABમાં,

$\angle AOB + \angle OBA + \angle OAB = 180°$

$\therefore \angle AOB + 30° + 30° = 180°$

$\therefore \angle AOB = 120°$

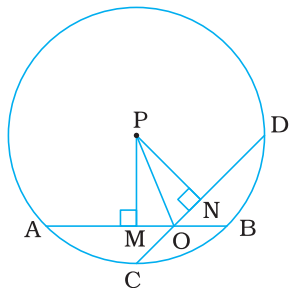
હવે, $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC$

$\therefore \angle AOC = 120° - 66°$

$\therefore \angle \mathbf{AOC = 54°}$

## સ્વાધ્યાય 9.4

**1.** જો વર્તુળની બે સમાન જીવાઓ એકબીજીને છેદે, તો સાબિત કરો કે એક જીવાના જીવાખંડ, બીજી જીવાના અનુરૂપ જીવાખંડને સમાન હોય છે.




AB અને CD એ P કેન્દ્રિત વર્તુળની સમાન જીવાઓ છે અને તેઓ બિંદુ Oમાં છેદે છે.

PM $\perp$ AB અને PN $\perp$ CD દોરો.

આથી M એ ABનું અને N એ CDનું મધ્યબિંદુ થાય.

$\therefore AM = BM = \frac{1}{2}AB$ અને $CN = DN = \frac{1}{2}CD$

વળી, AB = CD હોવાથી AM = DN અને BM = CN

હવે, $\Delta$ PMO અને $\Delta$ PNOમાં, $\angle M = \angle N = 90°$, PO = PO (સામાન્ય) અને PM = PN (પ્રમેય 9.5), માટે કાકબા શરત અનુસાર $\Delta PMO \cong \Delta PNO$

$\therefore$ OM = ON

હવે, AM = DN અને OM = ON

$\therefore$ AM + OM = DN + ON

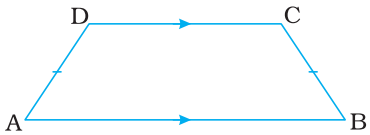
$\therefore$ AO = DO

તે જ રીતે, BM = CN અને OM = ON

$\therefore$ BM – OM = CN – ON

$\therefore$ BO = CO

**2.** જો સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ સમાન હોય, તો સાબિત કરો કે તે ચક્રીય છે.




સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCDમાં AB $\parallel$ CD અને BC = AD છે.

આથી તેની સમાંતર બાજુઓ પરના ખૂણા સમાન થાય.

એટલે કે, $\angle A = \angle B$ અને $\angle C = \angle D$.

હવે, AB $\parallel$ CDની છેદિકા AD દ્વારા બનતા છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃકોણ પૂરક હોય.

$\therefore \angle A + \angle D = 180°$

$\therefore \angle A + \angle C = 180°$ તથા $\angle B + \angle D = 180°$

આથી ABCD ચક્રીય ચતુષ્કોણ છે.

**3. થી 14.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

# 10 હેરોનનું સૂત્ર (HERON'S FORMULA)

## સ્વાધ્યાય 10.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક **1**થી **9**વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

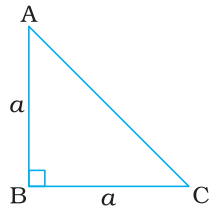
**1.** સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 8 સેમી$^2$ છે. તેના કર્ણની લંબાઈ ..... .

A. $\sqrt{32}$ સેમી B. $\sqrt{16}$ સેમી C. $\sqrt{48}$ સેમી D. $\sqrt{24}$ સેમી

જવાબ : A. $\sqrt{32}$ સેમી

ઉકેલ : કાટકોણ $\Delta ABC$માં $\angle B = 90°$

અને $AB = BC = a$ સેમી




$\Delta ABC$નું ક્ષેત્રફળ

$= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$\therefore 8 = \frac{1}{2} \times a \times a$

$\therefore 16 = a^2$

$\therefore a = 4$ સેમી

હવે, કર્ણ $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{4^2 + 4^2}$

$= \sqrt{16 + 16}$

$= \sqrt{32}$ સેમી

**2.** સમબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ 60 મી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ ..... .

A. $10\sqrt{3}$ મી$^2$ B. $15\sqrt{3}$ મી$^2$

C. $20\sqrt{3}$ મી$^2$ D. $100\sqrt{3}$ મી$^2$

જવાબ : D. $100\sqrt{3}$ મી$^2$

ઉકેલ : સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુ $a = \frac{\text{પરિમિતિ}}{3} = \frac{60}{3} = 20$ મી

સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (20)^2$

$= 100\sqrt{3}$ મી$^2$

**3.** ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈ 56 સેમી, 60 સેમી અને 52 સેમી છે. તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ..... .

A. 1322 સેમી$^2$ B. 1311 સેમી$^2$

C. 1344 સેમી$^2$ D. 1392 સેમી$^2$

જવાબ : C. 1344 સેમી$^2$

ઉકેલ : અહીં, $a = 56$ સેમી, $b = 60$ સેમી, $c = 52$ સેમી

હવે,

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{56+60+52}{2} = \frac{168}{2} = 84$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{84(84-56)(84-60)(84-52)}$

$= \sqrt{84 \times 28 \times 24 \times 32}$

$= \sqrt{3 \times 28 \times 28 \times 3 \times 8 \times 8 \times 4}$

$= \sqrt{3^2 \times 28^2 \times 8^2 \times 2^2}$

$= 3 \times 28 \times 8 \times 2 = 1344$ સેમી$^2$

**4. થી 6.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**7.** ત્રિકોણની બાજુઓનાં માપ અનુક્રમે 35 સેમી, 54 સેમી અને 61 સેમી હોય, તો તેના સૌથી મોટા વેધનું માપ ..... .

A. $16\sqrt{5}$ સેમી B. $10\sqrt{5}$ સેમી

C. $24\sqrt{5}$ સેમી D. 28 સેમી

જવાબ : C. $24\sqrt{5}$ સેમી

ઉકેલ : અહીં, $a = 35$ સેમી, $b = 54$ સેમી અને $c = 61$ સેમી

હવે,

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{35+54+61}{2} = \frac{150}{2} = 75$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{75(75-35)(75-54)(75-61)}$

$= \sqrt{75 \times 40 \times 21 \times 14}$

$= \sqrt{25 \times 3 \times 4 \times 2 \times 5 \times 7 \times 3 \times 7 \times 2}$

$= 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 7 \times \sqrt{5}$

$= 420\sqrt{5}$ સેમી$^2$

ત્રિકોણનો સૌથી મોટો વેધ સૌથી નાની બાજુ પર હોય.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ સૌથી નાનો પાયો $\times$ સૌથી મોટો વેધ

$\therefore 420\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times 35 \times$ સૌથી મોટો વેધ

$\therefore$ સૌથી મોટો વેધ $= \frac{420\sqrt{5} \times 2}{35}$

$= 24\sqrt{5}$ સેમી

**8.** જેનો પાયો 2 સેમી અને સમાન બાજુઓ પૈકી એક બાજુની લંબાઈ 4 સેમી હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ..... .

A. $\sqrt{15}$ સેમી$^2$ B. $\sqrt{\frac{15}{2}}$ સેમી$^2$

C. $2\sqrt{15}$ સેમી$^2$ D. $4\sqrt{15}$ સેમી$^2$

જવાબ : A. $\sqrt{15}$ સેમી$^2$

ઉકેલ : અહીં, $a = 2$ સેમી, $b = 4$ સેમી અને $c = 4$ સેમી

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2+4+4}{2}$

$= \frac{10}{2} = 5$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{5(5-2)(5-4)(5-4)}$

$= \sqrt{5 \times 3 \times 1 \times 1}$

$= \sqrt{15}$ સેમી$^2$

**9.** ત્રિકોણીય બોર્ડની ધારનાં માપ 6 સેમી, 8 સેમી અને 10 સેમી છે. 9 પૈસા પ્રતિ સેમી$^2$ના દરે તેને રંગ કરવાનો ખર્ચ ..... .

A. ₹ 2.00 B. ₹ 2.16 C. ₹ 2.48 D. ₹ 3.00

જવાબ : B. ₹ 2.16

ઉકેલ : અહીં, $a = 6$ સેમી, $b = 8$ સેમી, $c = 10$ સેમી

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{6+8+10}{2}$

$= \frac{24}{2} = 12$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)}$

$= \sqrt{12 \times 6 \times 4 \times 2}$

$= \sqrt{576}$

$= 24$ સેમી$^2$

રંગવાનો કુલ ખર્ચ $= (24 \times 0.09)$ રૂપિયા

$=$ ₹ 2.16

## સ્વાધ્યાય 10.2

**નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો :**

**1. પાયો 4 સેમી અને ઊંચાઈ 6 સેમી હોય તેવા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 24 સેમી$^2$ છે.**

જવાબ : **અસત્ય,** કારણ કે 4 સેમી પાયો અને 6 સેમી ઊંચાઈ ધરાવતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $\frac{4 \times 6}{2} = 12$ સેમી$^2$ થાય.

**2. જેમાં AB = AC = 4 સેમી અને $\angle A = 90°$ હોય તેવા $\Delta ABC$નું ક્ષેત્રફળ 8 સેમી$^2$ છે.**

જવાબ : **સત્ય,** કારણ કે $\angle A = 90°$ હોય તેવા $\Delta ABC$નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ સેમી$^2$ થાય.

**3. જેની પરિમિતિ 11 સેમી અને પાયો 5 સેમી હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $\frac{5}{4}\sqrt{11}$ સેમી$^2$ છે.**

જવાબ : **સત્ય,** કારણ કે અહીં $s = \frac{11}{2}$ સેમી, $a = 5$ સેમી, $b = 3$ સેમી અને $c = 3$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{\frac{11}{2}\left(\frac{11}{2}-5\right)\left(\frac{11}{2}-3\right)\left(\frac{11}{2}-3\right)}$

$= \sqrt{\frac{11}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2}}$

$= \frac{5}{4}\sqrt{11}$ સેમી$^2$

**4. જેની દરેક બાજુ 8 સેમી હોય તેવા સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $20\sqrt{3}$ સેમી$^2$ છે.**

જવાબ : **અસત્ય,** કારણ કે 8 સેમી બાજુ ધરાવતા સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(8)^2 = 16\sqrt{3}$ સેમી$^2$ થાય.

**5. થી 7.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**8. જેની બાજુઓ 51 મી, 37 મી અને 20 મી હોય, તેવી ત્રિકોણાકાર જમીનને સમથળ કરવાનો ખર્ચ, ₹ 3 પ્રતિ મી$^2$ લેખે ₹ 918 થાય.**

જવાબ : **સત્ય,** અહીં $a = 51$ મી, $b = 37$ મી અને $c = 20$ મી

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{51+37+20}{2} = \frac{108}{2} = 54$ મી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{54(54-51)(54-37)(54-20)}$

$= \sqrt{54 \times 3 \times 17 \times 34}$

$= \sqrt{9 \times 2 \times 3 \times 3 \times 17 \times 17 \times 2}$

$= 3 \times 2 \times 3 \times 17$

$= 306$ મી$^2$

હવે, કુલ ખર્ચ $= ₹ (306 \times 3) = ₹ 918$

**9.** એક ત્રિકોણની બાજુઓ **11** સેમી, **12** સેમી અને **13** સેમી આપેલી છે. **12** સેમી લંબાઈની બાજુના અનુરૂપ વેધની લંબાઈ આશરે **10.25** સેમી છે.

જવાબ : **સત્ય,** અહીં $a = 11$ સેમી, $b = 12$ સેમી અને $c = 13$ સેમી

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{11+12+13}{2}$

$= \frac{36}{2}$

$= 18$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{18(18-11)(18-12)(18-13)}$

$= \sqrt{18 \times 7 \times 6 \times 5}$

$= 6\sqrt{3 \times 7 \times 5}$

$= 6\sqrt{105}$ સેમી$^2$

વળી, ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ વેધ

$\therefore 6\sqrt{105} = \frac{1}{2} \times 12 \times$ વેધ

$\therefore$ વેધ $= \sqrt{105}$

$\therefore$ વેધ $= 10.25$ સેમી (આશરે)

## સ્વાધ્યાય 10.3

**1.** એક ત્રિકોણાકાર ખેતરની બાજુઓ **50** મી, **65** મી અને **65** મી છે, તો તેમાં ₹ **7** પ્રતિ મી$^2$ લેખે ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ શોધો.

અહીં, $a = 50$ મી, $b = 65$ મી અને $c = 65$ મી.

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{50+65+65}{2} = \frac{180}{2} = 90$ મી

ત્રિકોણાકાર ખેતરનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{90(90-50)(90-65)(90-65)}$

$= \sqrt{90 \times 40 \times 25 \times 25}$

$= \sqrt{3600 \times 625}$

$= 60 \times 25$

$= 1500$ મી$^2$

ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ પ્રતિ મી$^2$ ₹ 7 છે.

$\therefore$ ખેતરમાં ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ $= ₹ (1500 \times 7)$

$= ₹$ **10,500**

**2.** એક ફ્લાયઓવરની ત્રિકોણાકાર દીવાલોનો ઉપયોગ જાહેરાત માટે કરવામાં આવે છે. આ દીવાલો પૈકીની એક દીવાલની બાજુઓ **13** મી, **14** મી અને **15** મી છે. જાહેરાત પ્રતિ વર્ષ ₹ **2000** પ્રતિ મી$^2$ના દરે કમાણી કરી આપે છે. એક કંપની આ દીવાલ **6** મહિના માટે ભાડે રાખે છે, તો તેણે કેટલું ભાડું ચૂકવવું પડે?

અહીં, $a = 13$ મી, $b = 14$ મી અને $c = 15$ મી.

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = \frac{42}{2} = 21$ મી

ત્રિકોણાકાર દીવાલનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$

$= \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$

$= \sqrt{3 \times 7 \times 4 \times 2 \times 7 \times 3 \times 2}$

$= 3 \times 7 \times 2 \times 2$

$= 84$ મી$^2$

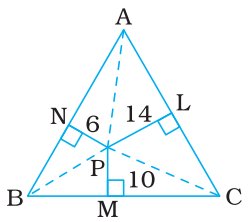
જાહેરાતનું ભાડું પ્રતિ વર્ષ ₹ 2000 પ્રતિ મી$^2$ છે.

$\therefore 84$ મી$^2$ જગ્યાનું 6 મહિનાનું ભાડું

$= ₹ \left(84 \times 2000 \times \frac{1}{2}\right)$

$= ₹$ **84,000**

**3.** સમબાજુ ત્રિકોણના અંતર્ભાગમાં આવેલા કોઈ બિંદુથી ત્રણેય બાજુ પર લંબ દોરવામાં આવે છે. લંબની લંબાઈઓ **14** સેમી, **10** સેમી અને **6** સેમી છે. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.




ધારો કે, સમબાજુ ત્રિકોણ ABCની દરેક બાજુની લંબાઈ $a$ સેમી છે.

$\therefore$ સમબાજુ $\Delta$ ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ સેમી$^2$.

ત્રિકોણના અંતર્ભાગમાં આવેલ બિંદુ Pમાંથી દોરેલા લંબ PL, PM અને PNની લંબાઈ અનુક્રમે 14 સેમી, 10 સેમી અને 6 સેમી છે.

અહીં, PL $\perp$ AC, PM $\perp$ BC અને PN $\perp$ AB છે.

$\Delta ABC$નું ક્ષેત્રફળ = $\Delta PAC$નું ક્ષેત્રફળ + $\Delta PBC$નું ક્ષેત્રફળ + $\Delta PAB$નું ક્ષેત્રફળ

$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times 14\right) + \left(\frac{1}{2} \times BC \times 10\right) + \left(\frac{1}{2} \times AB \times 6\right)$

$= 7a + 5a + 3a$ ($\because AB = BC = AC = a$)

$= 15a$ સેમી$^2$

આથી $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 15a$

$\therefore a = 15 \times \frac{4}{\sqrt{3}}$

$\therefore a = 20\sqrt{3}$ સેમી

હવે, $\Delta ABC$નું ક્ષેત્રફળ $= 15a$

$= 15 \times 20\sqrt{3}$

$= \mathbf{300\sqrt{3}}$ **સેમી$^2$**

**4.** **સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ 32 સેમી છે. સમાન બાજુ અને પાયાનો ગુણોત્તર 3 : 2 છે. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.**

ધારો કે, સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સમાન બાજુઓ $= a = b = 3x$ સેમી

$\therefore$ ત્રિકોણનો પાયો $= c = 2x$ સેમી

ત્રિકોણની પરિમિતિ $= a + b + c$

$\therefore 32 = 3x + 3x + 2x$

$\therefore 32 = 8x$

$\therefore x = 4$ સેમી

આથી $a = 3x = 12$ સેમી, $b = 3x = 12$ સેમી અને $c = 2x = 8$ સેમી.

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{12+12+8}{2} = \frac{32}{2} = 16$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{16(16-12)(16-12)(16-8)}$

$= \sqrt{16 \times 4 \times 4 \times 8}$

$= \sqrt{4^2 \times 4^2 \times 2^2 \times 2} = \mathbf{32\sqrt{2}}$ **સેમી$^2$**

**5. અને 6.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**7.** **ત્રિકોણાકાર ખેતરની પરિમિતિ 420 મી અને તેની બાજુઓનો ગુણોત્તર 6 : 7 : 8 છે. આ ત્રિકોણાકાર ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો.**

ધારો કે, ત્રિકોણાકાર ખેતરની બાજુઓ

$a = 6x$ મી, $b = 7x$ મી અને $c = 8x$ મી છે.

ત્રિકોણાકાર ખેતરની પરિમિતિ $= a + b + c$

$\therefore 420 = 6x + 7x + 8x$

$\therefore 420 = 21x$

$\therefore x = 20$ મી

આથી $a = 6x = 120$ મી, $b = 7x = 140$ મી

અને $c = 8x = 160$ મી થાય.

અહીં, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{120+140+160}{2} = \frac{420}{2} = 210$ મી

ત્રિકોણાકાર ખેતરનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{210(210-120)(210-140)(210-160)}$

$= \sqrt{210 \times 90 \times 70 \times 50}$

$= 100\sqrt{7 \times 3 \times 9 \times 7 \times 5} = \mathbf{2100\sqrt{15}}$ **મી$^2$**

**8. થી 10.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

## સ્વાધ્યાય 10.4

**1.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્ન.

**2.** **એક ત્રિકોણની પરિમિતિ 50 સેમી છે. ત્રિકોણની એક બાજુ તેની નાની બાજુ કરતાં 4 સેમી લાંબી અને ત્રીજી બાજુ, નાની બાજુના બમણા કરતાં 6 સેમી ઓછી છે. તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.**

ધારો કે, ત્રિકોણની સૌથી નાની બાજુ $= a = x$ સેમી. માટે, બીજી બાજુ $= b = (x + 4)$ સેમી અને ત્રીજી બાજુ $= c = (2x - 6)$ સેમી થાય.

ત્રિકોણની પરિમિતિ $= a + b + c$

$\therefore 50 = x + (x + 4) + (2x - 6)$

$\therefore 50 = 4x - 2$

$\therefore 52 = 4x$

$\therefore x = 13$ સેમી

$\therefore a = x = 13$ સેમી, $b = x + 4 = 17$ સેમી અને

$c = 2x - 6 = 20$ સેમી.

અર્ધપરિમિતિ $s = \frac{50}{2} = 25$ સેમી

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{25(25-13)(25-17)(25-20)}$

$= \sqrt{25 \times 12 \times 8 \times 5}$

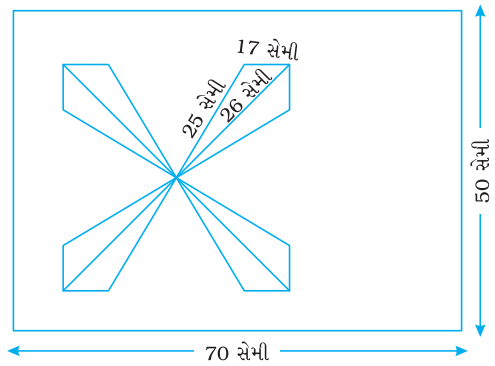
$= \sqrt{25 \times 4 \times 3 \times 4 \times 2 \times 5}$

$= 5 \times 2 \times 2\sqrt{3 \times 2 \times 5}$

$= \mathbf{20\sqrt{30}}$ **સેમી$^2$**

**3. થી 7.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**8.** આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે **50 સેમી × 70 સેમી** પરિમાણની લંબચોરસ લાદીમાં એક ભાત કરેલી છે. ભાતમાં **8** ત્રિકોણ છે, દરેક બાજુ **26 સેમી, 17 સેમી** અને **25 સેમી** છે. ભાતનું કુલ ક્ષેત્રફળ શોધો અને લાદીની બાકીની જગ્યાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.




લંબચોરસ લાદીનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ

$= 70 \times 50$

$= 3500$ સેમી$^2$

ભાતમાંના 8 સમાન ત્રિકોણો પૈકી દરેક ત્રિકોણ માટે $a = 26$ સેમી, $b = 17$ સેમી અને $c = 25$ સેમી.

અહીં, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{26+17+25}{2} = \frac{68}{2} = 34$ સેમી

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{34\,(34-26)\,(34-17)\,(34-25)}$

$= \sqrt{34 \times 8 \times 17 \times 9}$

$= \sqrt{2 \times 17 \times 2 \times 4 \times 17 \times 9}$

$= \sqrt{17^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 3^2}$

$= 17 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 204$ સેમી$^2$

આથી, 8 ત્રિકોણ દ્વારા બનતી ભાતનું કુલ ક્ષેત્રફળ $= 8 \times 204$

**= 1632 સેમી$^2$**

લાદીની બાકીની જગ્યાનું ક્ષેત્રફળ $= 3500 - 1632$

**= 1868 સેમી$^2$**

# 11 પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ
# (SURFACE AREAS AND VOLUMES)

## સ્વાધ્યાય 11.1

**વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1થી 10વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :**

**1.** એક ગોળાની ત્રિજ્યા $2r$ છે, તો તેનું ઘનફળ ..... .

A. $\frac{4}{3}\pi r^3$ B. $4\pi r^3$ C. $\frac{8\pi r^3}{3}$ D. $\frac{32}{3}\pi r^3$

જવાબ : D. $\frac{32}{3}\pi r^3$

ઉકેલ : અહીં, ગોળાની ત્રિજ્યા $R = 2r$

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi R^3$

$= \frac{4}{3}\pi (2r)^3$

$= \frac{4}{3}\pi (8r^3)$

$= \frac{32}{3}\pi r^3$

**2.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્ન.

**3.** એક શંકુની ઊંચાઈ 8.4 સેમી અને પાયાની ત્રિજ્યા 2.1 સેમી છે. તેને પીગાળીને ગોળામાં રૂપાંતરિત કરવામાં આવે છે. તે ગોળાની ત્રિજ્યા ..... .

A. 4.2 સેમી B. 2.1 સેમી C. 2.4 સેમી D. 1.6 સેમી

જવાબ : B. 2.1 સેમી

ઉકેલ : શંકુની ઊંચાઈ $h = 8.4$ સેમી, શંકુની ત્રિજ્યા $r = 2.1$ સેમી અને ગોળાની ત્રિજ્યા = R લેતાં,

ગોળાનું ઘનફળ = શંકુનું ઘનફળ

$\therefore \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\therefore \frac{4}{3}R^3 = \frac{1}{3} \times 2.1 \times 2.1 \times 8.4$

$\therefore R^3 = \frac{2.1 \times 2.1 \times 8.4 \times 3}{3 \times 4}$

$\therefore R^3 = 2.1 \times 2.1 \times 2.1$

$\therefore R = 2.1$ સેમી

**4.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્ન.

**5.** જેની ત્રિજ્યા $\frac{r}{2}$ અને તિર્યક ઊંચાઈ $2l$ હોય એવા શંકુની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ ..... .

A. $2\pi r (l + r)$ B. $\pi r \left(l + \frac{r}{4}\right)$

C. $\pi r (l + r)$ D. $2\pi r h$

જવાબ : B. $\pi r \left(l + \frac{r}{4}\right)$

ઉકેલ : શંકુની ત્રિજ્યા $R = \frac{r}{2}$ અને તિર્યક ઊંચાઈ $L = 2l$.

શંકુની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= \pi R (L + R)$

$= \pi \frac{r}{2}\left(2l + \frac{r}{2}\right)$

$= \pi r \left(l + \frac{r}{4}\right)$

**6. થી 9.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**10.** અર્ધગોળાકાર ફુગ્ગામાં હવા ભરતાં તેની ત્રિજ્યા 6 સેમીથી વધીને 12 સેમી થાય છે, તો બંને કિસ્સામાં ફુગ્ગાની વક્રસપાટીના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર ..... .

A. 1 : 4 B. 1 : 3 C. 2 : 3 D. 2 : 1

જવાબ : A. 1 : 4

ઉકેલ : અર્ધગોળાકાર ફુગ્ગાની પ્રથમ ત્રિજ્યા $r_1 = 6$ સેમી અને દ્વિતીય ત્રિજ્યા $r_2 = 12$ સેમી.

બંને કિસ્સામાં અર્ધગોળાકાર ફુગ્ગાની વક્રસપાટીના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર

$= \frac{2\pi {r_1}^2}{2\pi {r_2}^2}$

$= \frac{(6)^2}{(12)^2}$

$= \frac{36}{144}$

$= \frac{1}{4} = 1 : 4$

## સ્વાધ્યાય 11.2

**નીચેના પૈકી પ્રત્યેક વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો અને તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.**

**1.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્ન.

**2. જો લંબવૃત્તીય શંકુની ત્રિજ્યા અડધી અને ઊંચાઈ બમણી કરીએ, તો તેનું ઘનફળ બદલાતું નથી.**

જવાબ : **અસત્ય,** કારણ કે – મૂળ શંકુની ત્રિજ્યા $= r$ અને ઊંચાઈ $= h$ જ્યારે નવા શંકુની ત્રિજ્યા $= \frac{r}{2}$ અને ઊંચાઈ $= 2h$ લેતાં,

નવા શંકુનું ઘનફળ $= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 (2h)$

$= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{r^2}{4}\right)(2h)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{2} \times$ મૂળ શંકુનું ઘનફળ

**3. એક લંબવૃત્તીય શંકુમાં ઊંચાઈ, ત્રિજ્યા અને તિર્યક ઊંચાઈ હંમેશાં કાટકોણ ત્રિકોણની બાજુઓ ન હોઈ શકે.**

જવાબ : **અસત્ય,** કારણ કે શંકુમાં ઊંચાઈ $(h)$, ત્રિજ્યા $(r)$ અને તિર્યક ઊંચાઈ $(l)$ હંમેશાં કાટકોણ ત્રિકોણની બાજુઓ હોય, જેમાં $l$ એ કર્ણ થાય, એટલે કે $l^2 = r^2 + h^2$.

**4. થી 10.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

## સ્વાધ્યાય 11.3

**1. અને 2.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**3. 4.2 સેમી વ્યાસના ઘન ગોળાકાર દડાને પાણીમાં સંપૂર્ણપણે ડુબાડતાં, તેણે ખસેડેલા પાણીનો જથ્થો શોધો.**

ગોળાકાર દડાની ત્રિજ્યા $r = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{4.2}{2} = 2.1$ સેમી

ગોળાકાર દડાને પાણીમાં સંપૂર્ણપણે ડુબાડતાં

તેણે ખસેડેલા પાણીનો જથ્થો

= ગોળાનું ઘનફળ

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1 =$ **38.808 સેમી$^3$**

**4. એક શંકુ આકારના તંબુની ઊંચાઈ 3.5 મી અને પાયાની ત્રિજ્યા 12 મી છે. આવા તંબુને બનાવવા કેટલા ચોરસ મીટર તાડપત્રી જોઈએ?**

શંકુ આકારના તંબુની ત્રિજ્યા $r = 12$ મી અને ઊંચાઈ $h = 3.5$ મી.

હવે, તિર્યક ઊંચાઈ $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{12^2 + 3.5^2}$

$= \sqrt{144 + 12.25}$

$= \sqrt{156.25}$

$= \sqrt{(12.5)^2}$

$= 12.5$ મી

હવે, તંબુ બનાવવા જોડતી તાડપત્રીનું ક્ષેત્રફળ

= શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times 12.5$

$=$ **471.43 મી$^2$**

**નોંધ :** જો $\pi$ ની કિંમત 3.14 લઈએ, તો જવાબ 471 મી$^2$ મળે.

**5. એક જ ધાતુના બનેલા બે નક્કર ગોળાઓનાં વજન અનુક્રમે 5920 ગ્રામ અને 740 ગ્રામ છે. જો નાના ગોળાનો વ્યાસ 5 સેમી હોય, તો મોટા ગોળાની ત્રિજ્યા શોધો.**

ધારો કે, મોટા ગોળાની ત્રિજ્યા $= r_1$ સેમી અને

નાના ગોળાની ત્રિજ્યા $= r_2 = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$ સેમી

બે ગોળાના વજનનો ગુણોત્તર તે તેમના ઘનફળના ગુણોત્તર જેટલો જ થાય.

$\therefore$ બે ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર $= \frac{5920}{740}$

$\therefore \frac{\frac{4}{3}\pi {r_1}^3}{\frac{4}{3}\pi {r_2}^3} = \frac{592}{74}$

$\therefore \frac{{r_1}^3}{(2.5)^3} = 8$

$\therefore {r_1}^3 = (2)^3 \times (2.5)^3$

$\therefore r_1 = 2 \times 2.5$

$\therefore r_1 =$ **5 સેમી**

**6. થી 8.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**9. એક દુકાનદાર પાસે 5 સેમી ત્રિજ્યાનો ગોળાકાર લાડુ છે. એક સમાન વસ્તુના 2.5 સેમી ત્રિજ્યાના આવા કેટલા લાડુ બનાવી શકાય?**

ધારો કે, 2.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા $n$ લાડુ બનાવી શકાય.

આથી 2.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા $n$ લાડુનું ઘનફળ
$= 5$ સેમી ત્રિજ્યાવાળા એક લાડુનું ઘનફળ

$\therefore n \times \frac{4}{3}\pi(2.5)^3 = \frac{4}{3}\pi(5)^3$

$\therefore n = \frac{(5)^3}{(2.5)^3}$

$\therefore n = \frac{5\times5\times5}{2.5\times2.5\times2.5}$

$\therefore n = 2\times2\times2 \quad \therefore n = 8$

આમ, 2.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા **8** લાડુ બનાવી શકાય.

**10.** **6 સેમી, 8 સેમી અને 10 સેમી બાજુઓવાળા કાટકોણ ત્રિકોણને 8 સેમી બાજુ તરફથી ભ્રમણ કરાવવામાં આવે છે. તેથી બનતી આકૃતિની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળ શોધો.**

આપેલ ત્રિકોણને 8 સેમી બાજુ તરફથી ભ્રમણ કરાવવામાં આવે તો આપણને શંકુ મળે, જેમાં ઊંચાઈ $h = 8$ સેમી, ત્રિજ્યા $r = 6$ સેમી અને તિર્યક ઊંચાઈ $= 10$ સેમી થાય.

બનતા શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= \pi rl$

$= \frac{22}{7}\times6\times10$

$=$ **188.57 સેમી$^2$**

બનતા શંકુનું ઘનફળ $= \frac{1}{3}\pi r^2h$

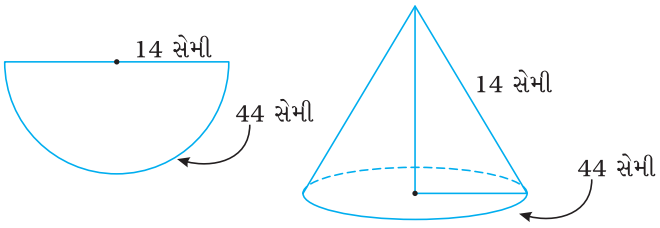
$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times6\times6\times8$

$=$ **301.71 સેમી$^3$**

## સ્વાધ્યાય 11.4

**1.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્ન.

**2.** **એક અર્ધવર્તુળાકાર ધાતુના પતરાનો વ્યાસ 28 સેમી છે. તેને વાળીને ખુલ્લો શંકુ આકાર કપ બનાવવામાં આવે છે. આ કપની ક્ષમતા શોધો.**




અર્ધવર્તુળાકાર પતરાની ત્રિજ્યા $r = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{28}{2} = 14$ સેમી

અર્ધવર્તુળાકાર પતરાનો પરિઘ $= \pi r = \frac{22}{7}\times14 = 44$ સેમી

હવે અર્ધવર્તુળાકાર પતરામાંથી શંકુ બનાવવામાં આવે, તો શંકુની તિર્યક ઊંચાઈ $l =$ પતરાની ત્રિજ્યા $= 14$ સેમી અને શંકુના પાયાનો પરિઘ $=$ પતરાનો પરિઘ $= 44$ સેમી

શંકુના પાયાનો પરિઘ $= 2\pi r$

$\therefore 44 = 2\times\frac{22}{7}\times r$

$\therefore r = 7$ સેમી

હવે, શંકુ માટે, $l^2 = r^2 + h^2$

$\therefore h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$= \sqrt{14^2 - 7^2}$

$= \sqrt{196-49} = \sqrt{147} = 12.12$ સેમી

બનતા શંકુનું ઘનફળ $= \frac{1}{3}\pi r^2h$

$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times7\times7\times12.12$

$= 622.16$ સેમી$^3$

આમ, બનાવવામાં આવેલ કપની ક્ષમતા **622.16 સેમી$^3$** થાય.

**3.** **5 મી ત્રિજ્યાનો શંકુ આકારનો તંબુ, 165 મી$^2$ ક્ષેત્રફળવાળા કાપડમાંથી બનાવવામાં આવ્યો છે,**

**(1) જો એક વિદ્યાર્થી, જમીન પર સરેરાશ $\frac{5}{7}$ મી$^2$ જગ્યા રોકે, તો આ તંબુમાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ બેસી શકે?**

**(2) આ શંકુનું ઘનફળ શોધો.**

શંકુ આકારના તંબુની ત્રિજ્યા $r = 5$ મી.

$\therefore$ શંકુના પાયાનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7}\times5\times5$

$= \frac{22\times25}{7}$ મી$^2$

(1) વિદ્યાર્થીઓ શંકુના પાયાની જગ્યામાં બેસે.

$\frac{5}{7}$ મી$^2$ જગ્યામાં બેસતા વિદ્યાર્થીની સંખ્યા $= 1$

$\therefore \frac{22\times25}{7}$ મી$^2$ જગ્યામાં બેસતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$= \frac{\left(\frac{22\times25}{7}\right)}{\left(\frac{5}{7}\right)} = \frac{22\times25}{5} = 110$

આમ, તંબુમાં **110 વિદ્યાર્થીઓ** બેસી શકે.

(2) શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $=$ વપરાયેલ કાપડનું ક્ષેત્રફળ $= 165$ મી$^2$

શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= \pi rl$

$\therefore 165 = \frac{22}{7}\times5\times l$

$\therefore l = \frac{165\times7}{22\times5}$

$\therefore l = 10.5$ મી

હવે, $l^2 = r^2 + h^2$

$\therefore (10.5)^2 = (5)^2 + h^2$

$\therefore h^2 = (10.5)^2 - (5)^2$

$= 110.25 - 25$

$= 85.25$

$\therefore h = \sqrt{85.25} = 9.23$ મી (આશરે)

શંકુનું ઘનફળ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 9.23$

$=$ **241.7 મી$^3$** (આશરે)

**4.** એક કારખાના માટેનું પાણી એક **14** મી અંદરના વ્યાસવાળી અર્ધગોળાકાર ટાંકીમાં ભરેલું છે. ટાંકીમાં **50** કિલોલિટર પાણી ભરેલું છે. ટાંકીની ક્ષમતા જેટલું પાણી તેમાં ભરવામાં આવે છે. ટાંકીમાં ભરવામાં આવેલા પાણીનું ઘનફળ શોધો.

અર્ધગોળાકાર ટાંકીની ત્રિજ્યા $r = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{14}{2} = 7$ મી

અર્ધગોળાકાર ટાંકીની ક્ષમતા $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$

$= 718\frac{2}{3}$ મી$^3$

$= 718.67$ મી$^3$

ટાંકીમાં રહેલ પાણીનું ઘનફળ $= 50$ કિલોલિટર

$= 50$ મી$^3$

આથી ભરવામાં આવેલ પાણીનું ઘનફળ

$= 718.67$ મી$^3 - 50$ મી$^3 =$ **668.67 મી$^3$**

**5.** બે ગોળાઓના ઘનફળનો ગુણોત્તર **64 : 27** છે. તેમની વક્રસપાટીનાં ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર શોધો.

ધારો કે, આપેલ બે ગોળાઓની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે $r_1$ અને $r_2$, વક્રસપાટીનાં ક્ષેત્રફળો અનુક્રમે $A_1$ અને $A_2$ તથા ઘનફળો અનુક્રમે $V_1$ અને $V_2$ છે.

આથી $V_1 : V_2 = 64 : 27$

$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{64}{27}$

$\therefore \frac{\frac{4}{3}\pi {r_1}^3}{\frac{4}{3}\pi {r_2}^3} = \frac{64}{27}$

$\therefore \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3$

$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3}$

$\therefore \frac{{r_1}^2}{{r_2}^2} = \frac{16}{9}$

$\therefore \frac{4\pi {r_1}^2}{4\pi {r_2}^2} = \frac{16}{9}$

$\therefore \frac{A_1}{A_2} = \frac{16}{9}$

$\therefore A_1 : A_2 = 16 : 9$

આમ, આપેલ ગોળાઓની વક્રસપાટીનાં ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર **16 : 9** છે.

**6. થી 8.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

# 12 આંકડાશાસ્ત્ર (STATISTICS)

## સ્વાધ્યાય 12.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક **1**થી **30**વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

**1.** વર્ગ 90 – 120ની મધ્યકિંમત ..... છે.

A. 90 B. 105 C. 115 D. 120

જવાબ : B. 105

ઉકેલ : મધ્યકિંમત $= \frac{\text{અધઃસીમા + ઊર્ધ્વસીમા}}{2}$

$= \frac{90 + 120}{2} = \frac{210}{2} = 105$

**2. થી 9.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**10.** નીચેનું આવૃત્તિ-વિતરણ દર્શાવવા એક સ્તંભાલેખ દોરવો છે :

| વર્ગો | 5 – 10 | 10 – 15 | 15 – 25 | 25 – 45 | 45 – 75 |
|---|---|---|---|---|---|
| આવૃત્તિ | 6 | 12 | 10 | 8 | 15 |

વર્ગ 25 – 45ની સપ્રમાણ આવૃત્તિ ..... છે.

A. 6 B. 5 C. 3 D. 2

જવાબ : D. 2

ઉકેલ : વર્ગ 25 – 45ની સપ્રમાણ આવૃત્તિ

$= \frac{8}{20} \times 5$

$= 2$

**11. થી 21.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**22.** સતત આવૃત્તિ-વિતરણનો આવૃત્તિ બહુકોણ દોરવા માટે આપણે અનુરૂપ વર્ગોની આવૃત્તિનાં બિંદુઓ $y$-અક્ષ પર લઈએ છીએ અને $x$-અક્ષ પર ..... લઈશું.

A. વર્ગોની ઊર્ધ્વસીમા B. વર્ગોની અધઃસીમા

C. વર્ગોની મધ્યકિંમત D. આગળના વર્ગની ઊર્ધ્વસીમા

જવાબ : C. વર્ગોની મધ્યકિંમત

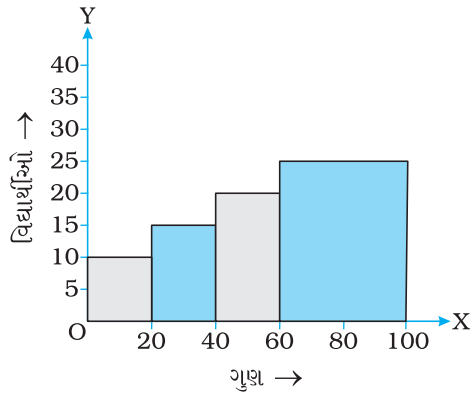
**23. થી 30.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

## સ્વાધ્યાય 12.2

**1.** આવૃત્તિ-વિતરણ :

| ગુણ | 0 – 20 | 20 – 40 | 40 – 60 | 60 – 100 |
|---|---|---|---|---|
| વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા | 10 | 15 | 20 | 25 |

તેના માટે આલેખાત્મક રજૂઆત નીચે પ્રમાણે છે :




તમે વિચારો છો કે આ રજૂઆત સત્ય છે? શા માટે?

ના, આ રજૂઆત સત્ય નથી. અહીં વર્ગલંબાઈ અનુક્રમે 20, 20, 20 અને 40 છે. અંતિમ વર્ગની વર્ગલંબાઈ અસમાન હોવાથી અહીં સપ્રમાણ આવૃત્તિઓનો ઉપયોગ કરવો પડે. સપ્રમાણ આવૃત્તિ મુજબ છેલ્લા વર્ગની આવૃત્તિ 12.5 $\left(\frac{25}{40} \times 20\right)$ લેવી જોઈએ.

**2. થી 4.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**5. સ્તંભાલેખમાં, પ્રત્યેક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ અનુરૂપ વર્ગની વર્ગલંબાઈના સપ્રમાણમાં છે એમ કહેવું સત્ય છે? જો ના, તો વિધાનને પરિવર્તિત કરી સત્ય વિધાન મેળવો.**

ના. સ્તંભાલેખમાં પ્રત્યેક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ અનુરૂપ વર્ગની સપ્રમાણ આવૃત્તિના સમપ્રમાણમાં જોઈએ.

**6. થી 10.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

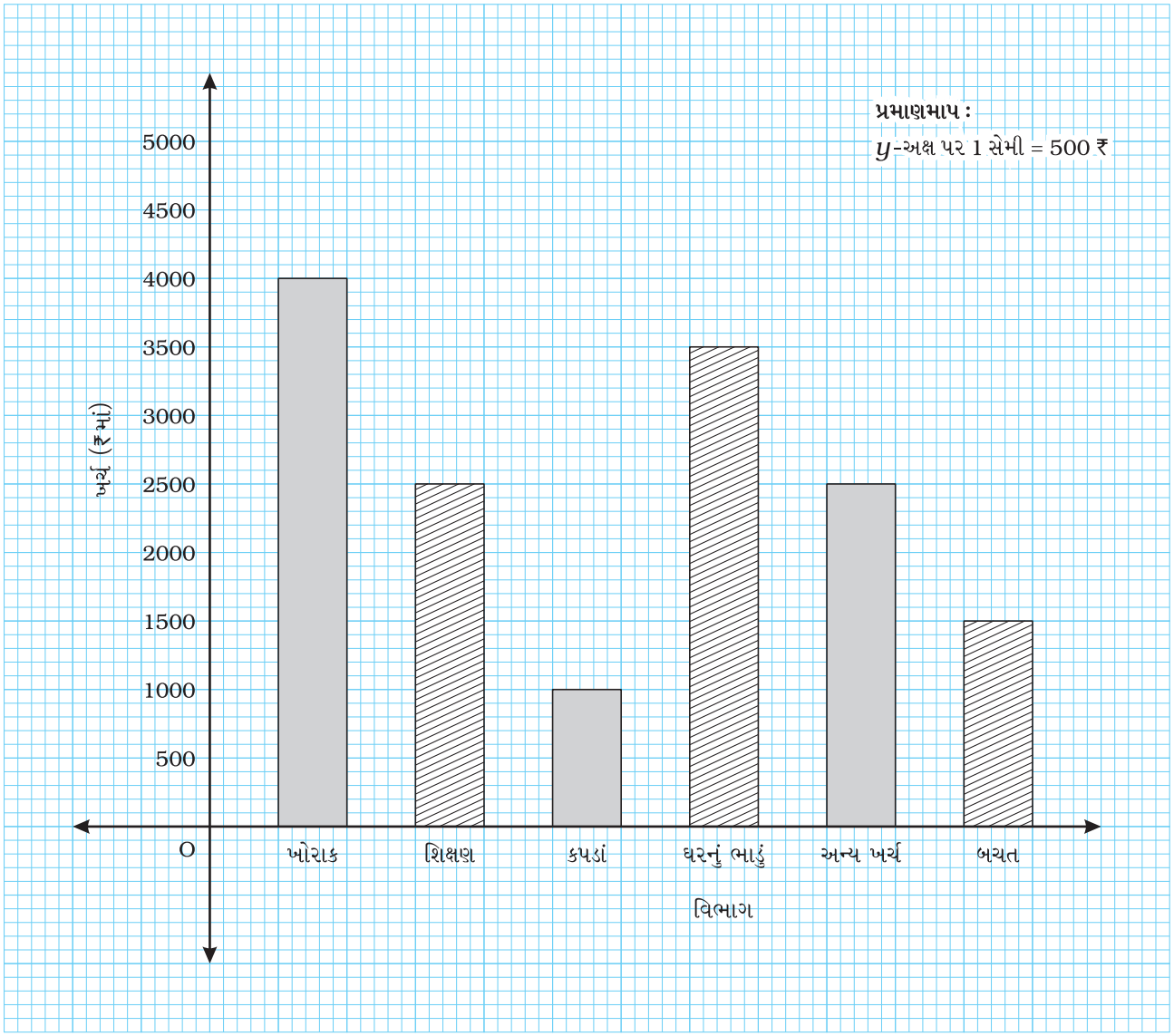
## સ્વાધ્યાય 12.3

**1.** થી **5.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**6.** એક મહિનામાં એક કુટુંબના ખર્ચની વિગતો નીચે આપી છે :

| વિભાગ | ખોરાક | શિક્ષણ | કપડાં | ઘરનું ભાડું | અન્ય ખર્ચ | બચત |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ખર્ચ (₹ માં) | **4000** | **2500** | **1000** | **3500** | **2500** | **1500** |

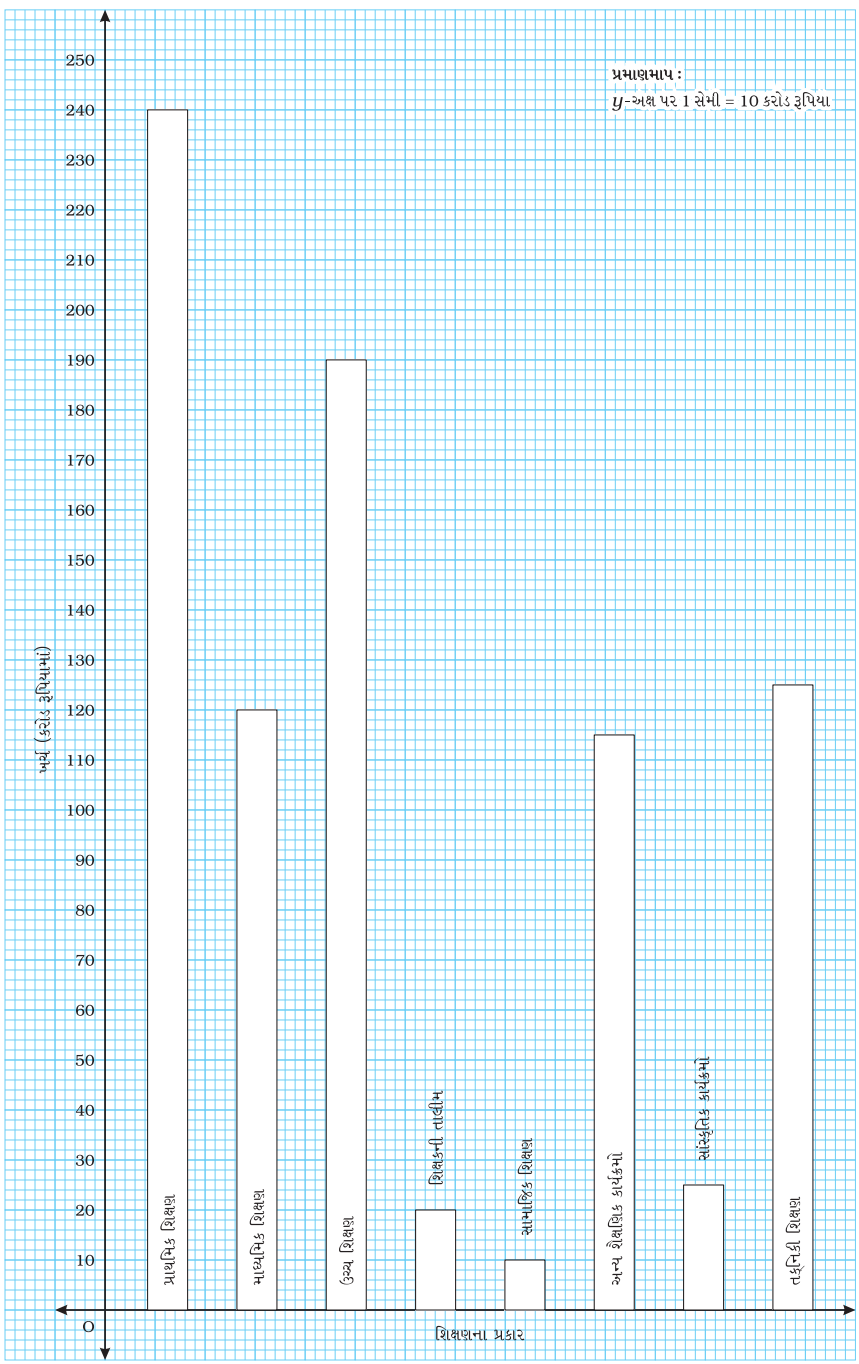
ઉપરની માહિતી રજૂ કરતો લંબાલેખ દોરો.



**7.** એક દેશના પાંચ વર્ષના સમયગાળા(**2002 – 2006**)માં શિક્ષણ પાછળ કરેલો ખર્ચ કરોડ રૂપિયામાં નીચે આપેલો છે :

| | |
|---|---|
| પ્રાથમિક શિક્ષણ | 240 |
| માધ્યમિક શિક્ષણ | 120 |
| ઉચ્ચ શિક્ષણ | 190 |
| શિક્ષકની તાલીમ | 20 |
| સામાજિક શિક્ષણ | 10 |
| અન્ય શૈક્ષણિક કાર્યક્રમો | 115 |
| સાંસ્કૃતિક કાર્યક્રમો | 25 |
| તકનિકી શિક્ષણ | 125 |

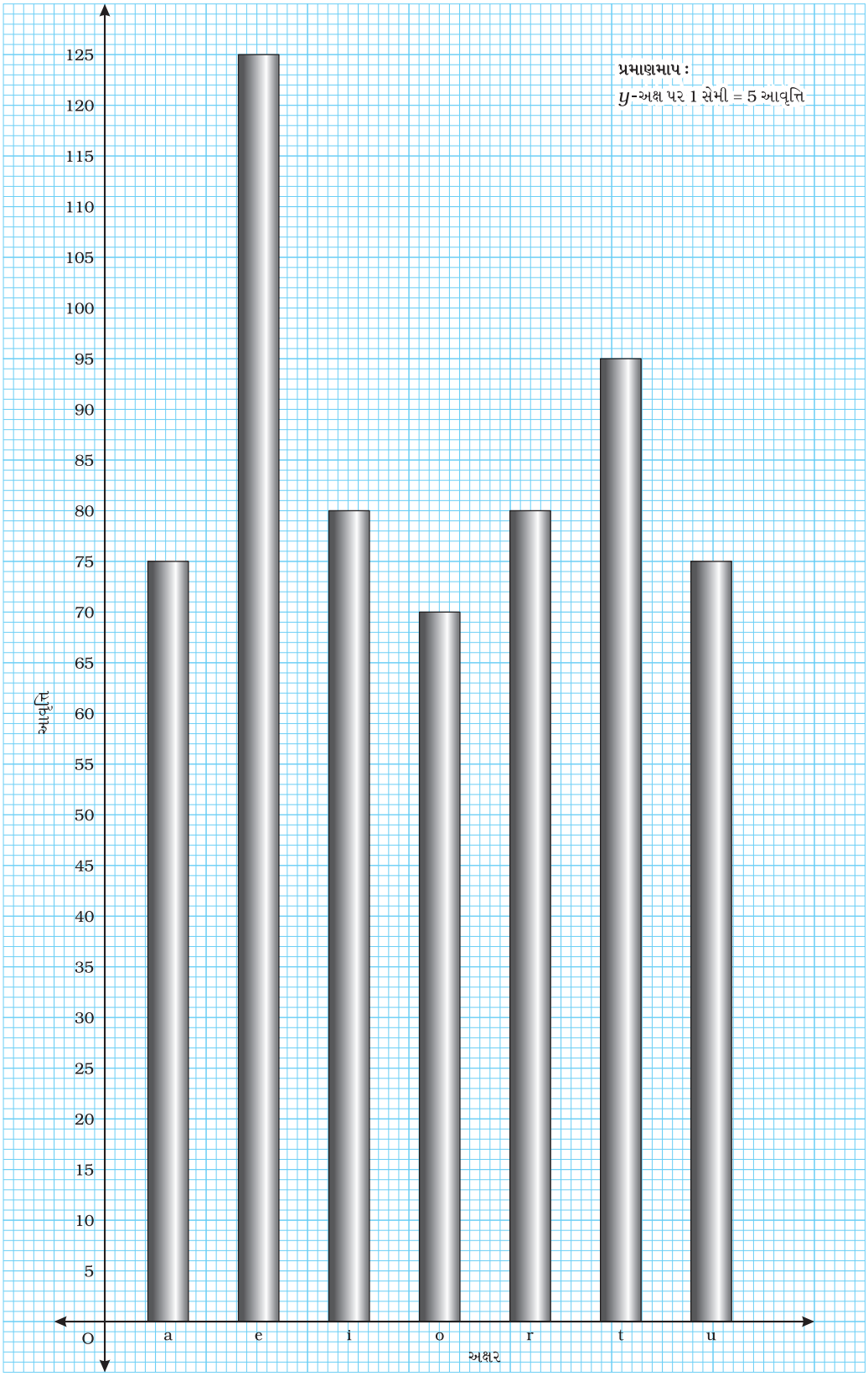
ઉપરની માહિતીની રજૂઆત લંબાલેખ દ્વારા કરો.



**8.** પુસ્તકના એક પાનામાં સામાન્ય રીતે વધુ વખત ઉપયોગ થતા અક્ષરો **a, e, i, o, r, t, u**ની આવૃત્તિ નીચેના કોષ્ટકમાં આપી છે :

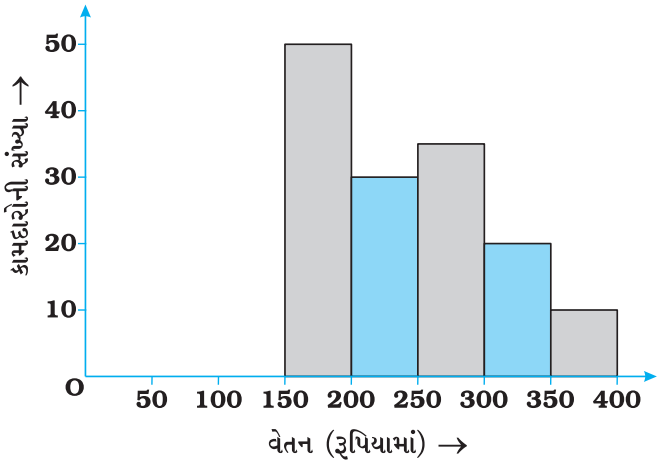
| અક્ષર | a | e | i | o | r | t | u |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| આવૃત્તિ | 75 | 125 | 80 | 70 | 80 | 95 | 75 |

ઉપરની માહિતીની રજૂઆત લંબાલેખ દ્વારા કરો.



**9. થી 14.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**15.** આકૃતિનો સ્તંભાલેખ એક કારખાનાના કામદારોનું દૈનિક વેતન દર્શાવે છે. તેના આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટકની રચના કરો.




| વેતન (રૂપિયામાં) વર્ગ | કામદારોની સંખ્યા આવૃત્તિ |
|---|---|
| 150 – 200 | 50 |
| 200 – 250 | 30 |
| 250 – 300 | 35 |
| 300 – 350 | 20 |
| 350 – 400 | 10 |
| કુલ | 145 |

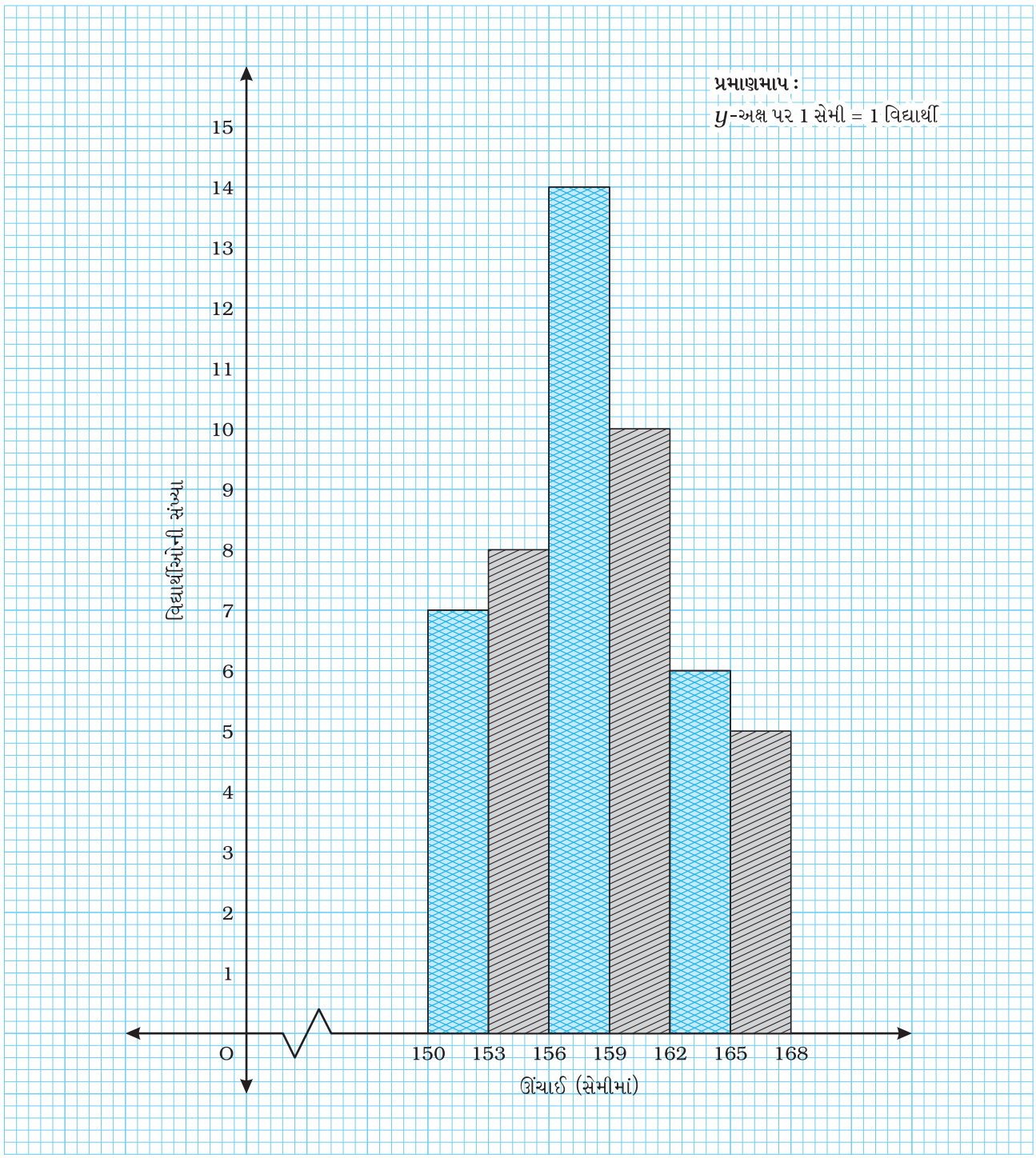
**16. થી 20.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

## સ્વાધ્યાય 12.4

**1.** અને **2.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.

**3.** નીચેના વિતરણનો સ્તંભાલેખ દોરો :

| ઊંચાઈ (સેમીમાં) | વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા |
|---|---|
| 150 – 153 | 7 |
| 153 – 156 | 8 |
| 156 – 159 | 14 |
| 159 – 162 | 10 |
| 162 – 165 | 6 |
| 165 – 168 | 5 |

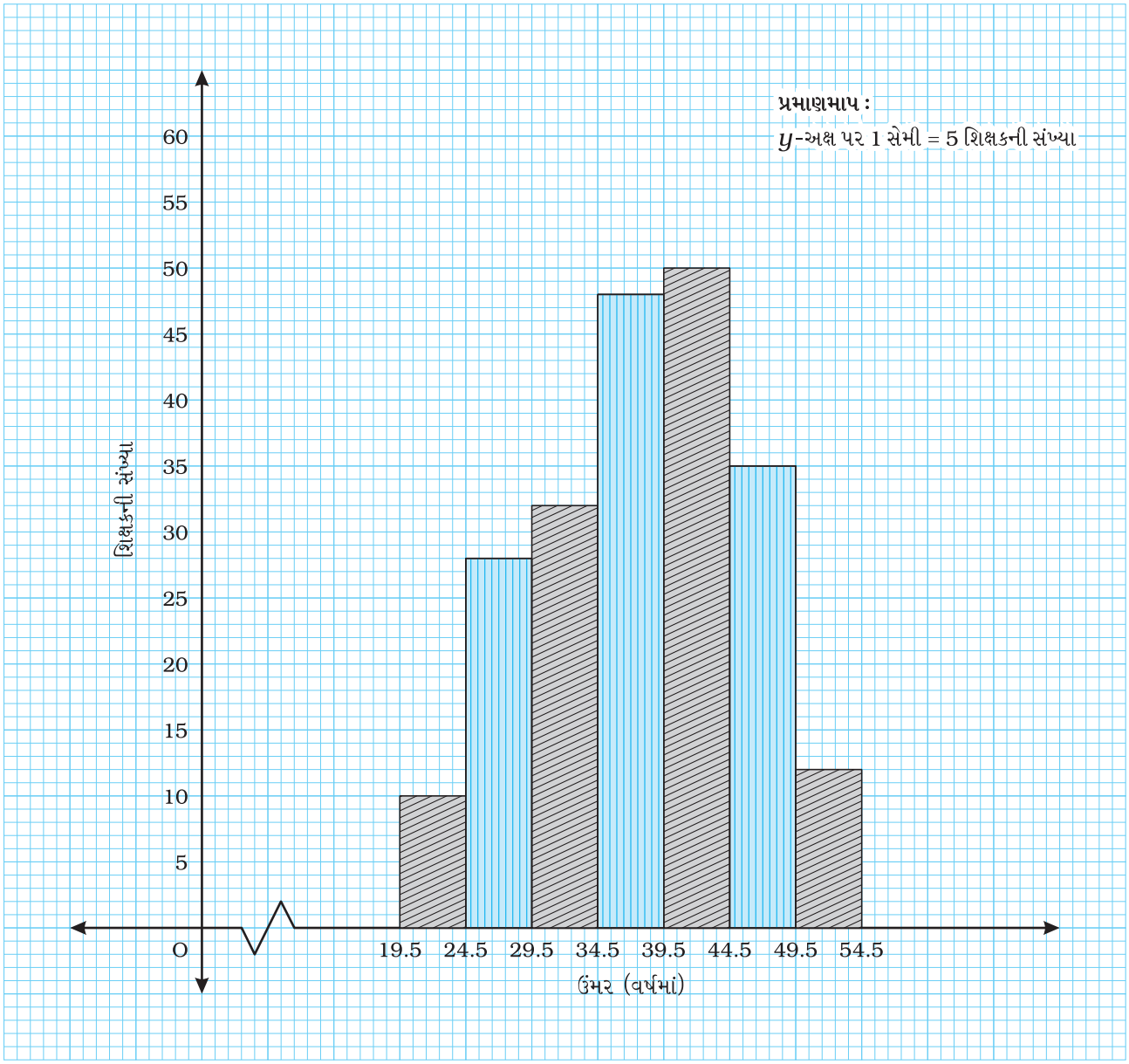


**4.** નીચેના વર્ગીકૃત આવૃત્તિ-વિતરણની રજૂઆત કરતો સ્તંભાલેખ દોરો :

| ઉંમર (વર્ષમાં) | શિક્ષકની સંખ્યા |
|---|---|
| 20 – 24 | 10 |
| 25 – 29 | 28 |
| 30 – 34 | 32 |
| 35 – 39 | 48 |
| 40 – 44 | 50 |
| 45 – 49 | 35 |
| 50 – 54 | 12 |

વર્ગોને સતત બનાવતા નીચે પ્રમાણેનું આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક મળે :

| ઉંમર (વર્ષમાં) | શિક્ષકની સંખ્યા |
|---|---|
| 19.5 – 24.5 | 10 |
| 24.5 – 29.5 | 28 |
| 29.5 – 34.5 | 32 |
| 34.5 – 39.5 | 48 |
| 39.5 – 44.5 | 50 |
| 44.5 – 49.5 | 35 |
| 49.5 – 54.5 | 12 |

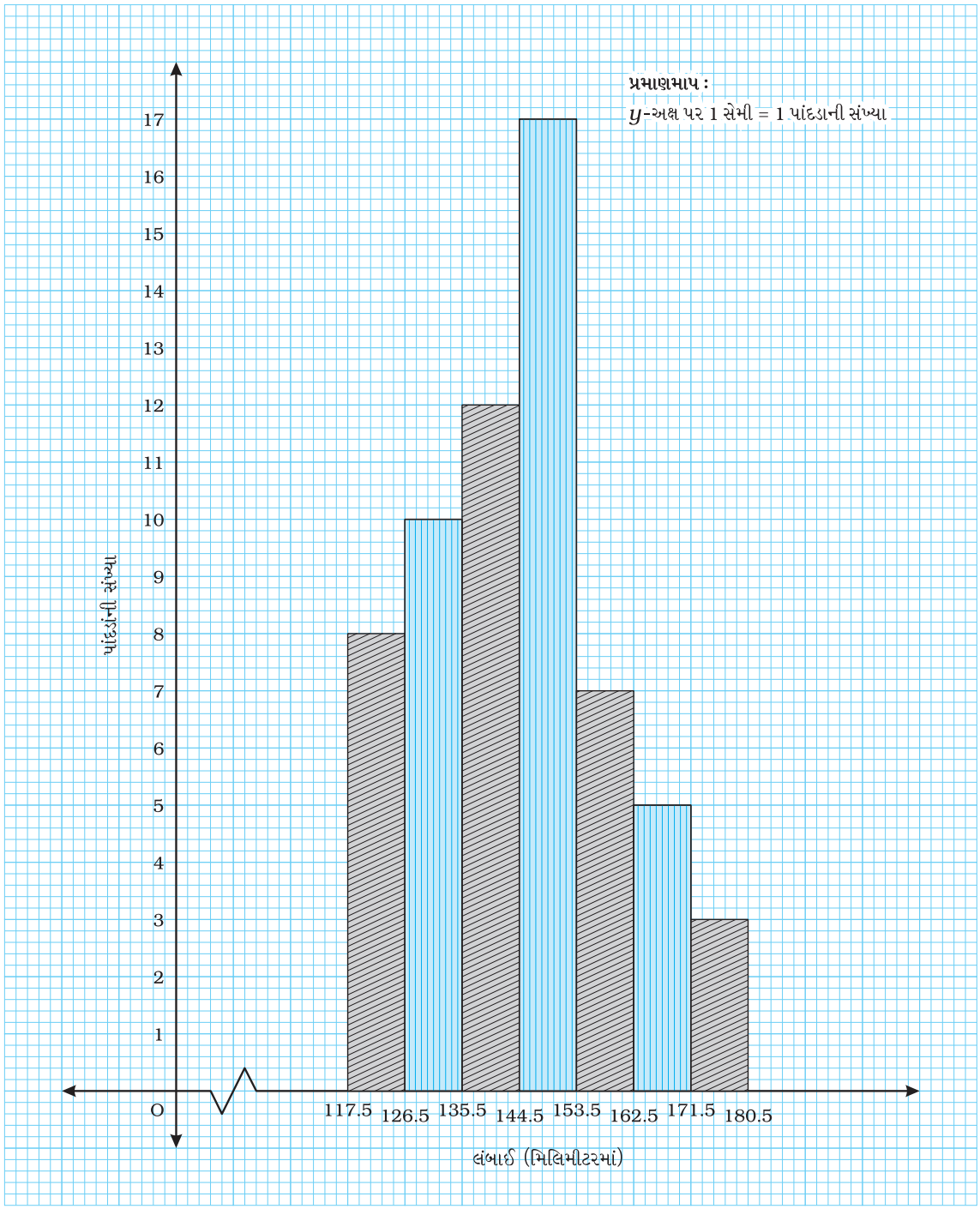


**5.** એક છોડનાં **62** પાંદડાંની લંબાઈ મિલિમીટરમાં માપી અને તે માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં રજૂ કરી છે તે પરથી માહિતી દર્શાવતો સ્તંભાલેખ દોરો :

| લંબાઈ (મિલિમીટરમાં) | પાંદડાંની સંખ્યા |
|---|---|
| **118 – 126** | **8** |
| **127 – 135** | **10** |
| **136 – 144** | **12** |
| **145 – 153** | **17** |
| **154 – 162** | **7** |
| **163 – 171** | **5** |
| **172 – 180** | **3** |

વર્ગોને સતત બનાવતા નીચે પ્રમાણેનું આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટક મળે :

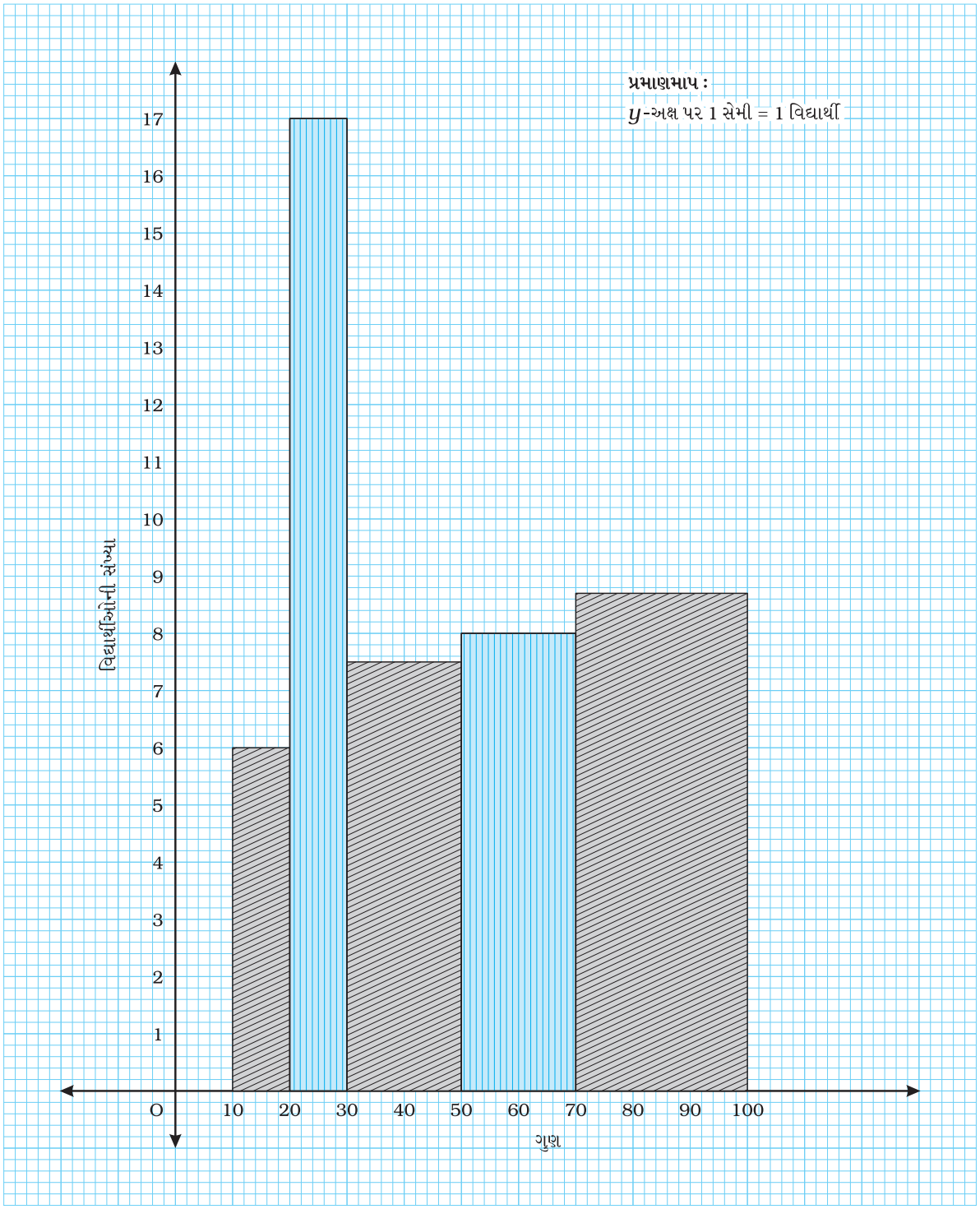
| લંબાઈ (મિલિમીટરમાં) | પાંદડાંની સંખ્યા |
|---|---|
| 117.5 – 126.5 | 8 |
| 126.5 – 135.5 | 10 |
| 135.5 – 144.5 | 12 |
| 144.5 – 153.5 | 17 |
| 153.5 – 162.5 | 7 |
| 162.5 – 171.5 | 5 |
| 171.5 – 180.5 | 3 |



**6.** એક વર્ગના **80** વિદ્યાર્થીઓએ **100** ગુણમાંથી મેળવેલા ગુણ નીચે આપ્યા છે, તે પરથી માહિતીની રજૂઆત કરતો સ્તંભાલેખ દોરો :

| ગુણ | વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા |
|---|---|
| **10 – 20** | **6** |
| **20 – 30** | **17** |
| **30 – 50** | **15** |
| **50 – 70** | **16** |
| **70 – 100** | **26** |

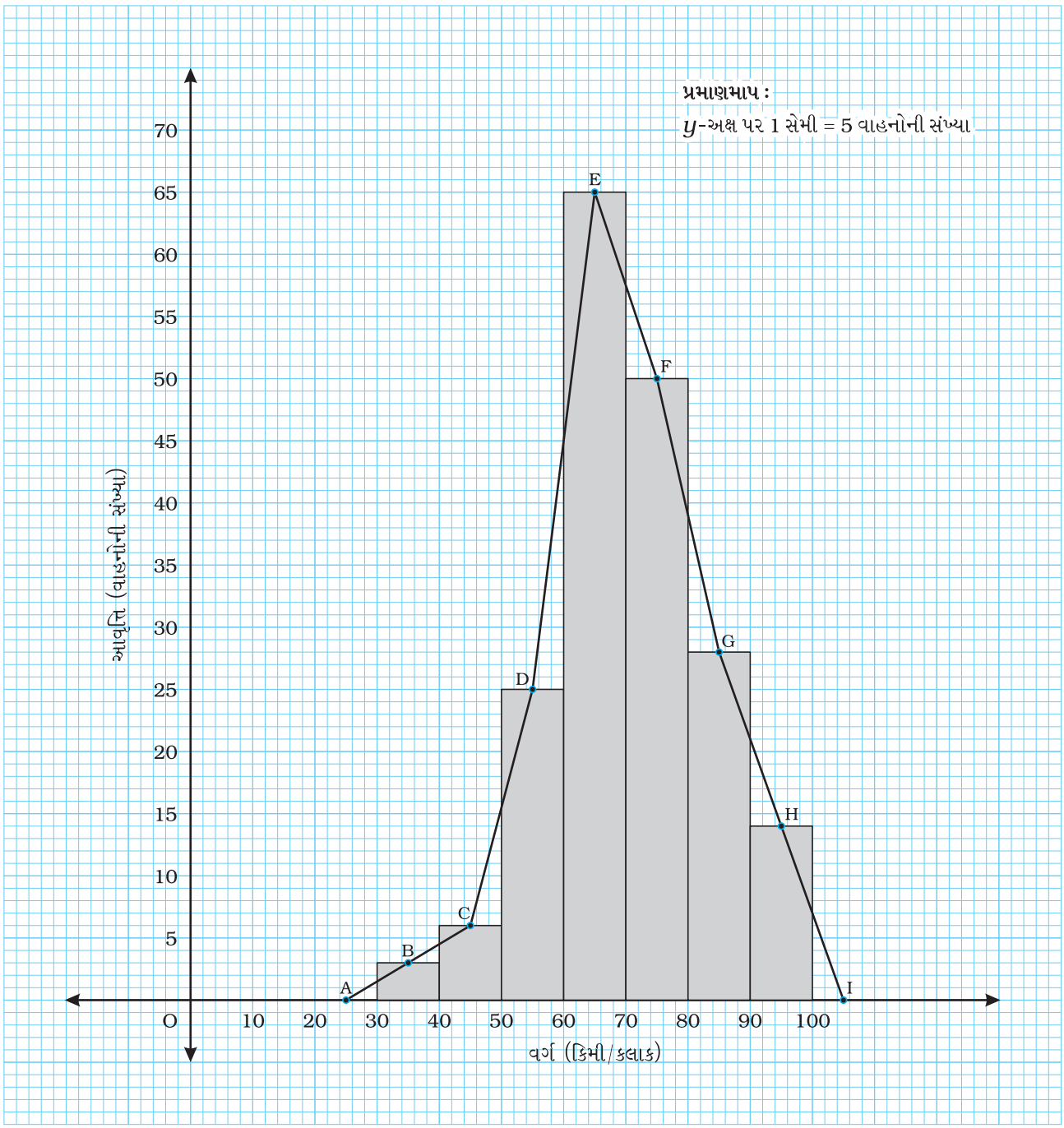
| ગુણ | વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા | વર્ગલંબાઈ | લંબચોરસની લંબાઈ |
|---|---|---|---|
| 10 – 20 | 6 | 10 | $\frac{6}{10} \times 10 = 6$ |
| 20 – 30 | 17 | 10 | $\frac{17}{10} \times 10 = 17$ |
| 30 – 50 | 15 | 20 | $\frac{15}{20} \times 10 = 7.5$ |
| 50 – 70 | 16 | 20 | $\frac{16}{20} \times 10 = 8$ |
| 70 – 100 | 26 | 30 | $\frac{26}{30} \times 10 = 8.67$ |



**7.** ઘોરીમાર્ગ પરના એક ચોક્કસ સ્થળ આગળથી પસાર થતી મોટરકારની ઝડપ નીચેના આવૃત્તિ-વિતરણ કોષ્ટકમાં બતાવી છે. તે પરથી માહિતીની રજૂઆત કરતો સ્તંભાલેખ અને આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો :

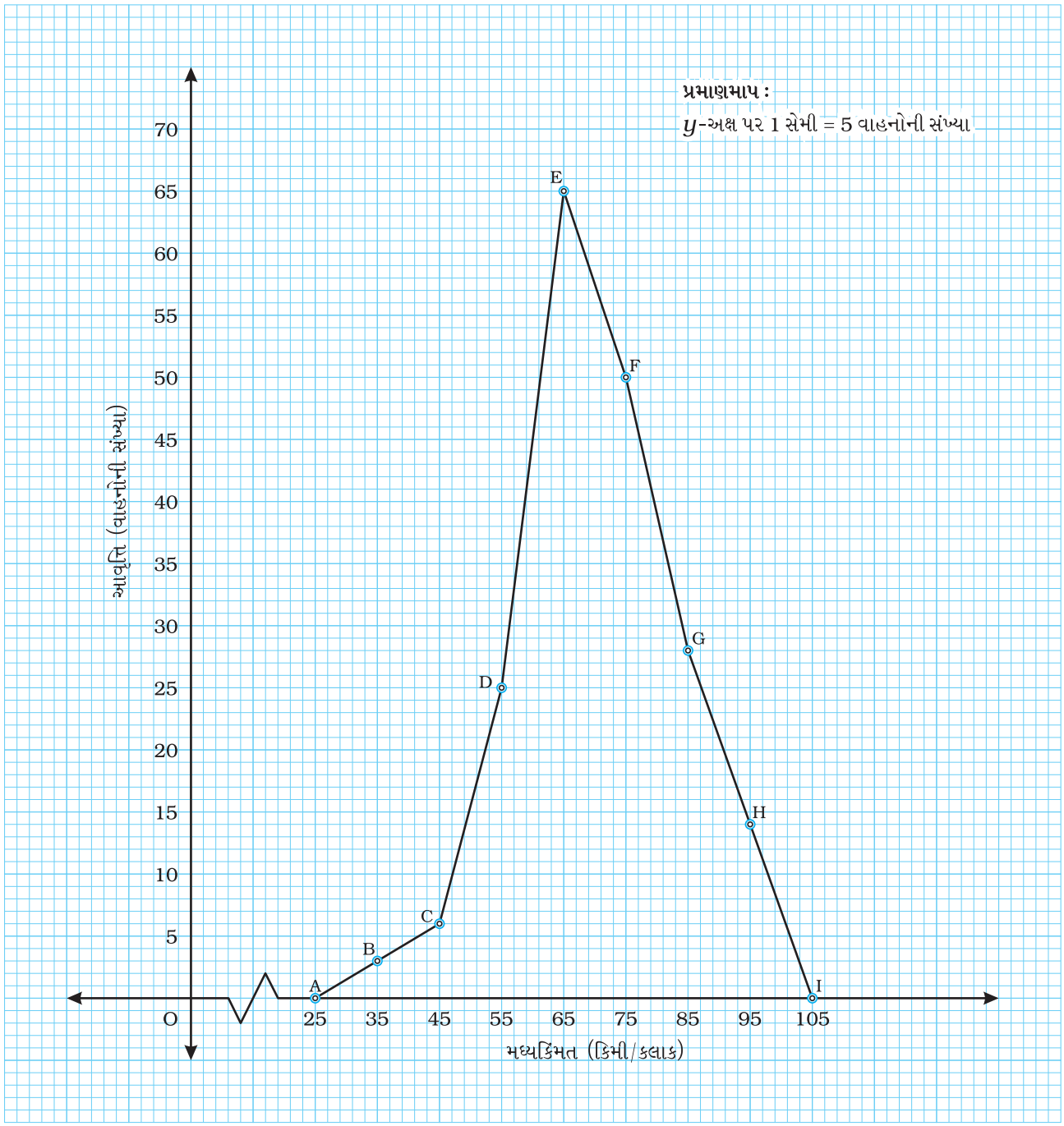
| વર્ગ (કિમી / કલાક) | આવૃત્તિ |
|---|---|
| 30 – 40 | 3 |
| 40 – 50 | 6 |
| 50 – 60 | 25 |
| 60 – 70 | 65 |
| 70 – 80 | 50 |
| 80 – 90 | 28 |
| 90 – 100 | 14 |

| વર્ગ (કિમી / કલાક) | મધ્યકિંમત | આવૃત્તિ |
|---|---|---|
| 30 – 40 | 35 | 3 |
| 40 – 50 | 45 | 6 |
| 50 – 60 | 55 | 25 |
| 60 – 70 | 65 | 65 |
| 70 – 80 | 75 | 50 |
| 80 – 90 | 85 | 28 |
| 90 – 100 | 95 | 14 |



**8.** પ્રશ્ન 7નો સંદર્ભ લો :

સ્તંભાલેખ દોર્યા સિવાય ઉપરની માહિતી પરથી આવૃત્તિ બહુકોણ દોરો.

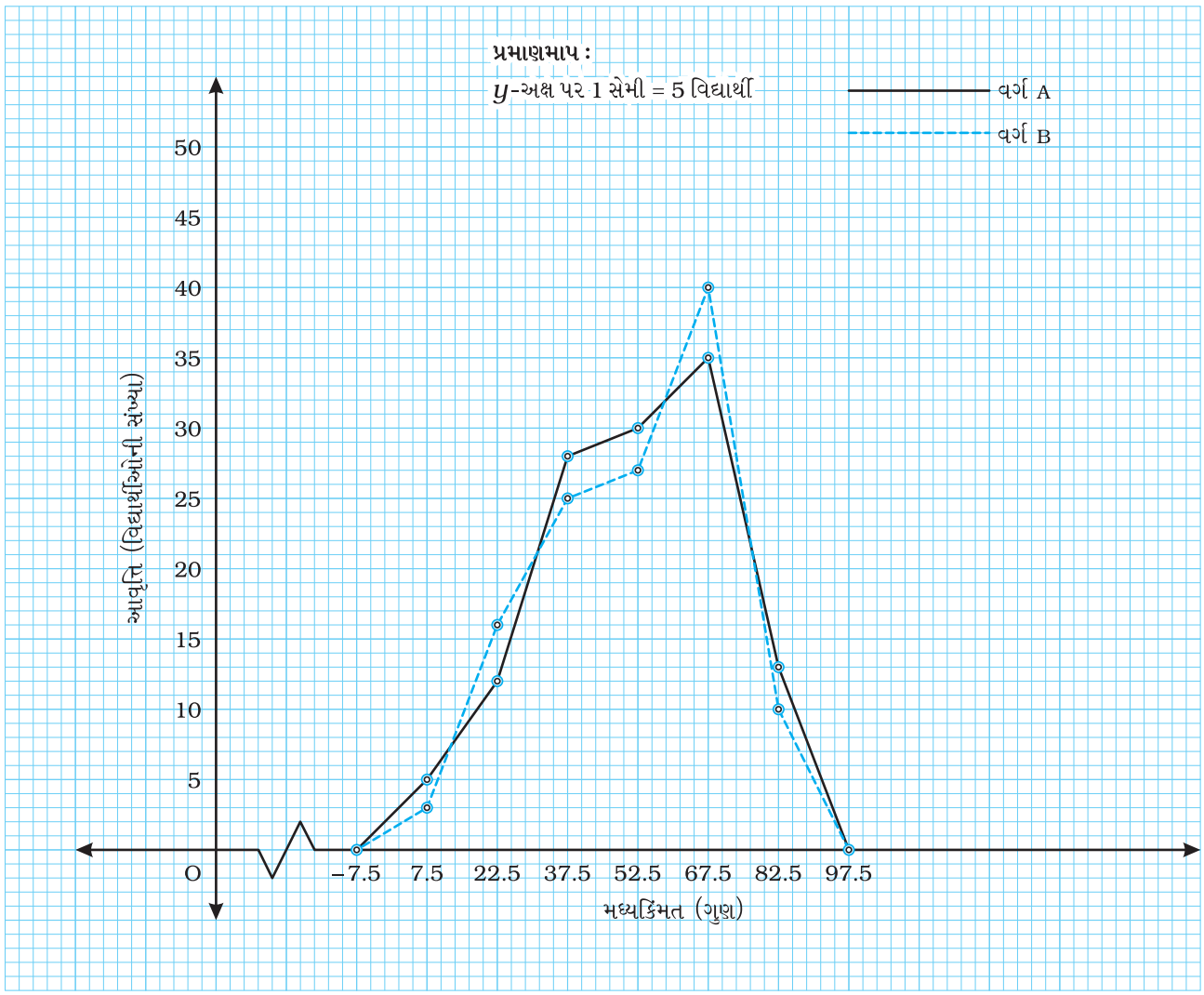


**9.** એક ધોરણના બે વર્ગો **A** અને **B**ના વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણનું વિતરણ નીચેના કોષ્ટકમાં આપ્યું છે :

| વર્ગ A | | વર્ગ B | |
|---|---|---|---|
| ગુણ | આવૃત્તિ | ગુણ | આવૃત્તિ |
| 0 – 15 | 5 | 0 – 15 | 3 |
| 15 – 30 | 12 | 15 – 30 | 16 |
| 30 – 45 | 28 | 30 – 45 | 25 |
| 45 – 60 | 30 | 45 – 60 | 27 |
| 60 – 75 | 35 | 60 – 75 | 40 |
| 75 – 90 | 13 | 75 – 90 | 10 |

બંને વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના ગુણની રજૂઆત કરતો આવૃત્તિ બહુકોણ એક જ આલેખપત્ર પર દોરો અને તે પરથી તમે શું અવલોકન કરશો?

| ગુણ | મધ્યકિંમત | વર્ગ **A** આવૃત્તિ | વર્ગ **B** આવૃત્તિ |
|---|---|---|---|
| 0 – 15 | 7.5 | 5 | 3 |
| 15 – 30 | 22.5 | 12 | 16 |
| 30 – 45 | 37.5 | 28 | 25 |
| 45 – 60 | 52.5 | 30 | 27 |
| 60 – 75 | 67.5 | 35 | 40 |
| 75 – 90 | 82.5 | 13 | 10 |




બંને બહુકોણના ક્ષેત્રફળ લગભગ સમાન હોવાથી બંને વર્ગના વિદ્યાર્થીઓનું સ્તર લગભગ સમાન છે.

**10. થી 12.** રદ કરેલ અભ્યાસક્રમના મુદ્દા આધારિત પ્રશ્નો.